ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 JANVIER 1916.

PRÉSIDENCE DE M. CAMILLE JORDAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur une extension des théorèmes de Poncelet relatifs aux polygones inscrits ou circonscrits à des coniques.* Note de **M. GASTON DARBOUX.**

Les différentes remarques qui ont été présentées dans ma précédente Communication m'ont permis de développer de la manière suivante la solution du problème que je m'étais proposé :

Nous rapporterons toutes les coniques (C_i) au triangle conjugué commun.

Soient

$$(C_{2n-1}) \qquad \frac{x_{2n-1}^2}{A_{2n-1}^2}+\frac{y_{2n-1}^2}{B_{2n-1}^2}+\frac{z_{2n-1}^2}{C_{2n-1}^2}=0$$

les équations des coniques de rang impair. Un de leurs points pourra être défini par les formules

$$(12) \quad x_{2n-1}=A_{2n-1}(1-t_{2n-1}^2), \qquad y_{2n-1}=iB_{2n-1}(1+t_{2n-1}^2), \qquad z_{2n-1}=2C_{2n-1}t_{2n-1}.$$

Soient de même

$$(C_{2n}) \qquad A_{2n}^2x_{2n}^2+B_{2n}^2y_{2n}^2+C_{2n}^2z_{2n}^2=0$$

les équations des coniques de rang pair. Un de leurs points sera défini par les formules

$$(13) \qquad A_{2n}x_{2n}=1-t_{2n}^2, \qquad B_{2n}y_{2n}=i(1+t_{2n}^2), \qquad C_{2n}z_{2n}=2t_{2n},$$

où t_{2n} désigne, comme t_{2n-1}, un paramètre variable, véritable coordonnée du point sur la conique correspondante.

En exprimant que la tangente à la conique (C_{2n}) vient couper les coniques (C_{2n-1}) et (C_{2n+1}) en des points qui sont définis respectivement par les valeurs t_{2n-1} et t_{2n+1} des paramètres t, on sera conduit aux deux équations suivantes :

$$(14) \quad \begin{cases} A_{2n-1}A_{2n}(1-t_{2n-1}^2)(1-t_{2n}^2) \\ \quad - B_{2n-1}B_{2n}(1+t_{2n-1}^2)(1+t_{2n}^2) + 4C_{2n-1}C_{2n}t_{2n}t_{2n-1} = 0, \\ A_{2n+1}A_{2n}(1-t_{2n+1}^2)(1-t_{2n}^2) \\ \quad - B_{2n+1}B_{2n}(1+t_{2n+1}^2)(1+t_{2n}^2) + 4C_{2n+1}C_{2n}t_{2n}t_{2n+1} = 0. \end{cases}$$

Ces équations se résolvent très facilement par l'emploi de fonctions elliptiques de même module. On n'a qu'à poser

$$(15) \quad \begin{cases} A_{n-1}A_n = 1 + k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{n-1}, \\ B_{n-1}B_n = 1 - k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{n-1}, \\ C_{n-1}C_n = \mathrm{cn}\,\alpha_{n-1}\,\mathrm{dn}\,\alpha_{n-1}; \end{cases}$$

$$(16) \quad \begin{cases} t_1 = \sqrt{k}\,\mathrm{sn}\,\omega, \quad \ldots, \quad t_n = \sqrt{k}\,\mathrm{sn}\,\omega_{n-1}, \\ \omega_n - \omega_{n-1} = \alpha_n, \end{cases}$$

k étant le module des fonctions elliptiques et les α_i étant des constantes arbitraires. Si l'on veut obtenir les sommets de la ligne brisée et les points de contact de ses côtés avec les lignes de rang pair, on aura donc

$$(17) \quad \begin{cases} x_{2n+1} = A_{2n+1}(1 - k\,\mathrm{sn}^2\omega_{2n}), \\ y_{2n+1} = i\,B_{2n+1}(1 + k\,\mathrm{sn}^2\omega_{2n}), \\ z_{2n+1} = 2\,C_{2n+1}\sqrt{k}\,\mathrm{sn}\,\omega_{2n}; \end{cases}$$

$$(18) \quad \begin{cases} A_{2n}x_{2n} = 1 - k\,\mathrm{sn}^2\omega_{2n-1}, \\ B_{2n}y_{2n} = i(1 + k\,\mathrm{sn}^2\omega_{2n-1}), \\ C_{2n}z_{2n} = 2\sqrt{k}\,\mathrm{sn}\,\omega_{2n-1}. \end{cases}$$

On prendra arbitrairement A_1, B_1, C_1, qui ne jouent aucun rôle dans la question et qu'on pourrait supposer égaux à 1, par exemple; les formules (15) détermineront de proche en proche toutes les coniques, qui dépendront du module k et des constantes α_i. Il sera aisé de vérifier qu'elles sont dans la relation géométrique signalée plus haut.

Pour qu'il y ait fermeture de la ligne brisée, il sera nécessaire et suffisant qu'on ait

$$\frac{A_{2p+1}}{A_1} = \frac{B_{2p+1}}{B_1} = \frac{C_{2p+1}}{C_1}$$

et

$$\omega_{2p} = \omega$$

à un multiple près des périodes. Cela donnera trois conditions auxquelles

devront satisfaire les constantes α_i. On les obtient sous la forme suivante :

$$(19)\quad \frac{(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p}\;\;)(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-2})\ldots(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_2)}{(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-1})(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-3})\ldots(1+k\,\mathrm{sn}^2\alpha_1)}$$
$$=\frac{(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p}\;\;)(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-2})\ldots(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_2)}{(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-1})(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-3})\ldots(1-k\,\mathrm{sn}^2\alpha_1)}$$
$$=\frac{\mathrm{cn}\,\alpha_{2p}\;\;\mathrm{cn}\,\alpha_{2p-2}\ldots\mathrm{cn}\,\alpha_2}{\mathrm{cn}\,\alpha_{2p-1}\,\mathrm{cn}\,\alpha_{2p-3}\ldots\mathrm{cn}\,\alpha_1}\,\frac{\mathrm{dn}\,\alpha_{2p}\;\;\ldots\mathrm{dn}\,\alpha_2}{\mathrm{dn}\,\alpha_{2p-1}\ldots\mathrm{dn}\,\alpha_1}$$

et

$$(20)\quad \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\ldots+\alpha_{2p}\equiv 0.$$

Si ces trois relations entre les constantes sont vérifiées, on aura une suite continue de polygones satisfaisant aux conditions proposées.

Ces polygones donnent naissance à un certain nombre de relations géométriques. Je signalerai seulement les suivantes :

Si l'on considère l'ensemble des $2p$ points constitués par leurs sommets ou par les points de contact de leurs côtés avec la conique qu'ils enveloppent, deux quelconques de ces points sont toujours conjugués par rapport à une conique fixe.

En effet, considérons l'identité

$$\begin{aligned}&[1+k\,\mathrm{sn}^2(\omega_{n'}-\omega_n)](1-k\,\mathrm{sn}^2\omega_n)(1-k\,\mathrm{sn}^2\omega_{n'})\\ &-[1-k\,\mathrm{sn}^2(\omega_{n'}-\omega_n)](1+k\,\mathrm{sn}^2\omega_n)(1+k\,\mathrm{sn}^2\omega_{n'})\\ &+4k\,\mathrm{cn}(\omega_{n'}-\omega_n)\,\mathrm{dn}(\omega_{n'}-\omega_n)\,\mathrm{sn}\,\omega_n\,\mathrm{sn}\,\omega_{n'}=0\end{aligned}$$

qui joue un rôle essentiel dans l'analyse précédente.

Comme $\omega_{n'}-\omega_n$ est une constante, cette identité conduira évidemment à des relations de la forme

$$(21)\quad A_{n,n'}x_n x_{n'}+B_{n,n'}y_n y_{n'}+C_{n,n'}z_n z_{n'}=0,$$

$A_{n,n'}$, $B_{n,n'}$, $C_{n,n'}$ étant des constantes qu'on trouvera aisément dans chaque cas particulier.

Par exemple, si n et n' sont impairs, il s'agira de deux sommets du polygone ; on aura

$$A_{nn'}=\frac{1}{A_n A_{n'}}[1+k\,\mathrm{sn}^2(\alpha_{n-1}+\alpha_{n-2}+\ldots+\alpha_{n'})],$$

$$B_{nn'}=\frac{1}{B_n B_{n'}}[1-k\,\mathrm{sn}^2(\alpha_{n-1}+\ldots+\alpha_{n'})],$$

$$C_{nn'}=\frac{1}{C_n C_{n'}}\mathrm{cn}(\alpha_{n-1}+\ldots+\alpha_{n'})\,\mathrm{dn}(\alpha_{n-1}+\ldots+\alpha_{n'}),$$

en supposant $n>n'$.

La relation (21) exprime évidemment la propriété annoncée, et nous voyons que les coniques que divisent harmoniquement les différents couples de points considérés *admettent toutes le même triangle conjugué*.

On démontrerait de même que, *si l'on considère les côtés du polygone et les tangentes en chacun de ses sommets à la conique décrite par ce sommet, deux quelconques de ces 2p droites sont conjuguées par rapport à une conique fixe*. Les coniques ainsi obtenues admettent le même triangle conjugué que toutes les précédentes.

Les deux propriétés que nous venons de signaler s'étendent au cas où la ligne brisée ne se ferme pas. Elles permettent de déterminer tous ses sommets et tous ses côtés d'*une manière univoque* quand on connaît le premier sommet et le premier côté.

L'exemple qui a été l'occasion de ce travail et qui a été signalé au début est, on s'en assure aisément, une des applications les plus simples de la théorie générale que nous venons de développer. Je terminerai en indiquant une autre application qui donne lieu à un résultat curieux.

Supposons que *toutes* les constantes α_i d'indice pair soient nulles. Alors on a

$$A_{2i}A_{2i+1} = B_{2i}B_{2i+1} = C_{2i}C_{2i+1} = 1$$

et toutes les coniques (C_{2i+1}) se confondent avec les coniques (C_{2i}). La ligne brisée correspondante peut se définir comme il suit :

D'un point de (C_1) on mène une tangente à (C_2); du point de contact de cette tangente on mène une tangente à (C_4), et ainsi de suite. *Le côté qui précède chaque sommet est tangent en ce sommet à la courbe décrite par ce sommet*.

Pour que cette ligne se ferme, il faudra que son dernier côté soit tangent à (C_1), précisément au point qui sert de départ à la ligne brisée. Les conditions de fermeture se réduiront ici aux suivantes :

$$(22)\qquad \begin{aligned} &(1 + k\,\mathrm{sn}^2\alpha_1)(1 + k\,\mathrm{sn}^2\alpha_3)\ldots(1 + k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-1}) \\ &= (1 - k\,\mathrm{sn}^2\alpha_1)(1 - k\,\mathrm{sn}^2\alpha_3)\ldots(1 - k\,\mathrm{sn}^2\alpha_{2p-1}) \\ &= \mathrm{cn}\,\alpha_1\,\mathrm{cn}\,\alpha_3\ldots\mathrm{cn}\,\alpha_{2p-1}\,\mathrm{dn}\,\alpha_1\,\mathrm{dn}\,\alpha_3\ldots\mathrm{dn}\,\alpha_{2p-1}, \end{aligned}$$

$$(23)\qquad \alpha_1 + \alpha_3 + \ldots + \alpha_{2p-1} = 0.$$

Supposons, par exemple, qu'il s'agisse d'un triangle. Alors, il faut faire $p = 3$ et les équations (22) nous donnent

$$\mathrm{sn}^2\alpha_1 + \mathrm{sn}^2\alpha_3 + \mathrm{sn}^2\alpha_5 + k^2\,\mathrm{sn}^2\alpha_1\,\mathrm{sn}^2\alpha_3\,\mathrm{sn}^2\alpha_5 = 0,$$

$$1 + k^2\,\mathrm{sn}^2\alpha_1\,\mathrm{sn}^2\alpha_3 + k^2\,\mathrm{sn}^2\alpha_5\,\mathrm{sn}^2\alpha_1 + k^2\,\mathrm{sn}^2\alpha_1\,\mathrm{sn}^2\alpha_5 = \mathrm{cn}\,\alpha_1\,\mathrm{cn}\,\alpha_3\,\mathrm{cn}\,\alpha_5\,\mathrm{dn}\,\alpha_1\,\mathrm{dn}\,\alpha_3\,\mathrm{dn}\,\alpha_5.$$

Il en résulte que les trois fonctions $\mathrm{sn}^2\alpha_1$, $\mathrm{sn}^2\alpha_3$, $\mathrm{sn}^2\alpha_5$ sont les racines d'une équation du troisième degré, qui est

$$X^3 + k^2\alpha X^2 + (k^4\alpha^2 + k^2\alpha + \alpha)X - \alpha = 0, \tag{24}$$

et où α est entièrement arbitraire. Il est remarquable qu'alors la condition (23),

$$\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 = 0, \tag{25}$$

soit vérifiée d'elle-même. Car si l'on écrit l'équation (24) sous la forme

$$X(X + k^2\alpha)^2 = \alpha(1 - X)(1 - k^2X),$$

on verra facilement que, lorsque α varie, la somme des trois intégrales

$$\int_0^\lambda \frac{dX}{\sqrt{X(1-X)(1-k^2X)}}$$

relative aux trois racines, c'est-à-dire la somme

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_5,$$

demeure constante. Par conséquent, cette somme, étant nulle pour $\alpha = 0$, doit demeurer nulle pour toutes les valeurs de α.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le fluor dans le règne végétal.* Note de MM. Armand Gautier et Paul Clausmann.

Nos publications antérieures ont fait connaître les méthodes qui nous ont permis de doser le fluor, même à l'état de traces, dans les minéraux, les eaux, les tissus vivants [1]. Pour nous en tenir à ces derniers, nous avons constaté que le fluor existe dans tous les tissus de l'animal, mais en proportions et sous deux formes, au moins, très différentes : dans les tissus annexiels de la peau, tissus à vie obscure (épiderme, émail des dents, ongles, poils, cheveux, etc.), le fluor est abondant et peut dépasser 180 milligrammes par 100 grammes de tissu sec. Au contraire, dans les tissus à haute vitalité, on trouve à peine de 1 à 4 milligrammes de fluor pour 100 grammes de matière sèche. Enfin dans les tissus à vitalité médiocre

[1] *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1469, 1670, 1753, et *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 11, p. 875.

(os, tendons, cartilages, etc.), le fluor est en proportions intermédiaires.

Dans tous les cas le fluor accompagne le phosphore, et, sans lui être proportionnel, augmente ou diminue avec lui; mais tandis que dans les tissus à vitalité intense et rapide métabolisme on trouve seulement 1 à 4 parties de fluor pour 350 et jusqu'à 1500 parties de phosphore, dans les tissus à vie obscure, tissus de protection mécanique ou d'ornementation destinés à s'éliminer directement en nature (épiderme, poils, cheveux, ongles, etc.), on trouve 1 partie de fluor pour 3,5 à 5 parties seulement de phosphore, proportions qui sont celles-là même qu'on rencontre dans les fluophosphates minéraux tels que les apatites. Ainsi, à mesure que fonctionnent et se désassimilent les micelles des tissus à vie très spécialisée (muscles, glandes, etc.), le fluor, qui d'abord y faisait partie d'édifices organisés très complexes où l'on ne saurait distinguer son mode d'union au phosphore, se concentre peu à peu, augmente par rapport à ce dernier élément, jusqu'à ce qu'enfin, dans les appendices de la peau (poils, cheveux, plumes, ongles, etc.) destinés à s'éliminer, soit atteint le rapport $\frac{P}{F} = 3$ à 5 qui est celui des fluophosphates, c'est-à-dire jusqu'à ce que le fluor soit passé sous la forme minérale désormais inutilisable par l'économie animale et par conséquent prêt à être rejeté au dehors [1].

Ces remarques, qui résument notre long travail sur l'état du fluor dans les tissus animaux, nous ont amenés, tout naturellement, à aborder les mêmes études chez les plantes. Contiennent-elles toutes nécessairement du fluor ? Cet élément se fixe-t-il plus particulièrement dans certains organes du végétal ? Le fluor et le phosphore s'accompagnent-ils toujours dans les tissus de la plante et y varient-ils dans le même sens ? Existe-t-il des végétaux ou des familles végétales qui aient un besoin plus spécial de cet élément ? A ces questions répondent en partie les recherches dont nous commençons aujourd'hui l'exposé.

Mais obligés de nous borner dans ce long travail, et désireux aussi de nous rendre compte des voies par lesquelles le fluor passe de la plante à l'animal, nous l'avons plus particulièrement recherché dans les végétaux ou parties végétales qui servent à l'alimentation de l'homme et des herbivores : blé, seigle, avoine, fruits, légumes, foin, paille, etc., puis, complémentairement, dans les feuilles, les bois, les écorces, etc.

---

[1] Voir à ce sujet nos Mémoires, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1347 et 1425; t. 157, 1913, p. 94; *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 13, p. 905; t. 15, p. 241; *Bull. Acad. Méd.*, 3e série, t. 71, p. 63.

Pour les raisons plus haut rappelées, nous nous sommes toujours astreints à doser comparativement le phosphore dans les échantillons mêmes où nous dosions le fluor.

Le Tableau suivant résume ces dosages. Les quantités de fluor et de phosphore y sont toujours exprimées en milligrammes et rapportées à 100 grammes de tissus végétaux, frais ou secs :

TABLEAU COMPARATIF DES QUANTITÉS DE FLUOR ET DE PHOSPHORE DANS DIVERSES PLANTES ET LEURS PRODUITS.

Nature du produit.	Fluor en 100g de substance fraîche.	Fluor en 100g de substance sèche.	Phosphore en 100g de substance sèche.	Rapport $\frac{P}{F}$.	Remarques.
		Graminées.			
	mg	mg	mg		
Blé (farine)	0,83	1,00	150	150	Terrain calcaire de Champagne.
» (son)	0,59	0,68	1080	1588	
Blé (farine)	1,17	1,41	134	95	Terrain granitique de Bretagne.
» (son)	0,36	0,42	1102	2623	
Autre farine de blé	0,71	0,86	»	»	Terrain calcaire (Marne).
Seigle (farine)	0,52	0,61	176	288	
Orge (farine)	2,0	2,20	»	»	
Riz	0,80	0,94	101	107	Décortiqué.
		Légumineuses.			
Haricots blancs	1,70	2,10	530	252	En grains de Soissons.
Lentilles	1,56	1,80	500	277	
Haricots verts	0,019	0,21	»	»	Gousse comestible.
Luzerne	1,30	5,65	318	56	Tiges et feuilles.
Sainfoin	2,72	7,25	167	23	Tiges et feuilles.
		Crucifères.			
Chou pommé	0,088	1,08	»	»	Chou vert.
Chou-fleur	0,21	2,57	»	»	Pomme du chou.
Navet (racines)	0,14	2,02	»	»	Navet de Paris.
Radis (racines)	0,06	2,0	769	384	Petit radis rose.
Cresson	0,093	1,34	»	»	Feuilles et tiges.
Rave	0,24	1,20	268	223	
Moutarde (graines)	1,45	1,58	»	»	Moutarde noire.
» (fanes)	0,76	6,80	383	56	
Diplotaxis	0,010	0,059	»	»	Plante entière.

TABLEAU COMPARATIF DES QUANTITÉS DE FLUOR ET DE PHOSPHORE DANS DIVERSES PLANTES ET LEURS PRODUITS (*suite*).

Nature du produit.	Fluor en 100g de substance fraîche.	Fluor en 100g de substance sèche.	Phosphore en 100g de substance sèche.	Rapport. $\frac{P}{F}$.	Remarques.
		Rosacées.			
	mg	mg			
Poire (pulpe)	0,022	0,17	»	»	Variété Passe-crassane.
			mg		
Pomme (pulpe)	0,034	0,21	63	300	
» (peau)	0,76	2,78	83,7	30	
Pêche (chair)	0,29	3,93	219	55	
» (noyau)	0,74	2,60	»	»	
Abricot (chair)	0,30	2,50	157	62	
Cerise	0,37	3,70	159	43	Chair et peau.
Fraise	0,12	1,40	»	»	
		Solanées.			
Pommes de terre (tubercule)	0,084	0,30	»	»	Variété saucisse rouge (sans la peau).
Fécule de pomme de terre	0,158	0,18	80	444	
Tomates (fruit)	0,20	4,06	»	»	
		Polygonées.			
Sarrasin (farine)	2,17	2,53	»	»	
Oseille	0,98	13,87	621	45	Feuilles.
		Synanthérées.			
Chicorée	0,32	5,88	702	119	Feuilles.
Pissenlit	0,97	8,20	464	56	Feuilles.
		Ombellifères.			
Carottes	0,036	0,34	»	»	Racine.
		Asparaginées.			
Asperge	0,52	7,94	736	93	Jeune pousse ou turion.
		Chénopodées.			
Epinard	0,37	3,00	»	»	Jeunes feuilles.
Betterave	1,00	13,4	490	36,6	Feuilles.
		Malvacées.			
Cacao	1,69	1,78	224	125	Fève décortiquée.

TABLEAU COMPARATIF DES QUANTITÉS DE FLUOR ET DE PHOSPHORE DANS DIVERSES PLANTES ET LEURS PRODUITS (*suite*).

Nature du produit.	Fluor en 100g de substance fraîche.	Fluor en 100g de substance sèche.	Phosphore en 100g de substance sèche.	Rapport $\frac{P}{F}$.	Remarques.
			Rubiacées.		
	mg	mg	mg		
Café vert............	1,20	1,45	327	225	Graines non torréfiées (Martinique).
			Ampélidées.		
Raisin...............	0,12	0,81	»	»	Raisin noir (grains sans la rafle).
			Morées.		
Figue...............	0,27	1,98	»	»	Figue fraîche.
			Juglandées.		
Noix...............	0,68	0,78	»	»	Amande.
			Musacées.		
Banane (pulpe)......	0,07	0,38	»	»	Fruit mûr.
» (peau).......	0,56	5,10	»	»	Id.
			Acotylédonées.		
Fougère.............	2,70	8,50	123	14,4	Fougère mâle, tige entière.
Champignon de couche	0,84	8,40	1237	147	État frais.
Cèpes...............	0,052	0,61	»	»	État frais.
			Autres produits végétaux : tiges, pailles, bois, écorces.		
Foin................	0,40	»	»	»	Formé principalement de graminées mûres.
Paille de blé.........	0,94	1,04	»	»	État ordinaire (fusion des cendres au creuset avec CO^3NaK).
Peuplier (bois).......	0,34	0,40	»	»	
» (écorce)....	0,34	0,45	20	44	
Sapin (bois).........	1,30	1,40	13	9,3	
Pin (bois)...........	1,45	1,75	25,6	14	
Chêne (bois).........	0,59	0,66	»	»	
» (écorce).......	0,48	0,59	43,5	73	
Bouleau (bois)........	1,04	1,40	43,5	31	
» (écorce).....	5,90	7,40	17,4	2,3	Expérience à répéter!
Noyer (bois).........	0,31	0,36	»	»	
Acacia (bois)........	0,60	0,71	8,7	12	
» (écorce).....	0,32	0,37	16,5	44	

De ces données expérimentales il semble qu'on peut tirer les quelques conclusions suivantes :

Chez les végétaux, les *feuilles* sont les organes les plus riches en fluor. On trouve de 3^{mg} à 14^{mg} de cet élément dans 100 grammes de feuilles calculées sèches : luzerne $5^{mg},65$; sainfoin $7^{mg},25$; oseille $13^{mg},87$; chicorée $5^{mg},88$; épinard 3^{mg}; pissenlit $8^{mg},20$; betterave $13^{mg},40$; moutarde $6^{mg},80$. Dans ces mêmes feuilles les proportions de phosphore sont, elles aussi, très généralement élevées par rapport au reste de la plante : luzerne 318^{mg}; chicorée 702^{mg}; oseille 621^{mg}; pissenlit 464^{mg}; betterave 490^{mg}, etc., toujours pour 100 grammes de feuilles séchées à 110°.

Les *bourgeons* (choux-fleurs, asperges) sont un peu moins riches en fluor : $2^{mg},57$ et $7^{mg},94$ pour 100 grammes de parties sèches. Nous n'avons dosé le phosphore que dans l'asperge où il s'élève à la forte dose de 736^{m} pour 100 grammes.

Les *tiges, bois* et *écorces* sont les organes de la plante les plus pauvres en fluor. Il y varie, d'après nos dosages, de $0^{mg},36$ à $1^{mg},7$ pour 100 grammes. Comme on devait s'y attendre, ces tissus végétaux sont aussi les plus pauvres en phosphore : bois d'acacia $8^{mg},7$; sapin 13^{mg}; écorce de pin 25^{mg}; écorce de peuplier 20^{mg}; écorce de bouleau $17^{mg},4$ pour 100 grammes à l'état sec.

Les *racines* que nous avons examinées (*racines comestibles*) contiennent du fluor et aussi du phosphore en proportions très variables : *Fluor :* carotte, $0^{mg},34$; navet, $2^{mg},02$; radis, 2^{mg}. *Phosphore :* radis, 769^{mg}; rave, 268^{mg}; toujours pour 100 grammes secs.

Les *fruits pulpeux* (partie comestible) sont moyennement riches en fluor : pêche, $3^{mg},93$; abricot, $2^{mg},50$; cerise, $3^{mg},70$; tomate, $4^{mg},06$. Leur richesse en phosphore est elle-même moyenne : pêche, 219^{mg}; abricot, 157^{mg}; cerise, 159^{mg}; pomme, 63^{mg} pour 100^{g} à l'état sec.

Dans un même fruit pulpeux, toujours à l'état sec, la pulpe est plus pauvre en fluor que la peau :

	Fluor pour 100^{g}.		Fluor pour 100^{g}.
	mg		mg
Pulpe de pomme......	0,21	Peau de pomme......	2,78
Pulpe de banane......	0,38	Peau de banane......	5,10

Par rapport aux parties comestibles, les quantités de phosphore augmentent aussi dans la peau ou l'épisperme des fruits et des graines.

Dans les *graines* les quantités de fluor sont moyennes et comparables à celles que l'on trouve dans les pulpes de fruits comestibles. En fait, dans les

graines que nous avons examinées, et quelle que soit leur famille végétale, les quantités de fluor sont assez peu variables comme le montrent les nombres suivants :

		Fluor pour 100^g secs.
		mg
Farines de blé (suivant l'origine)......	$1^{mg},0$ à	1,41
» de seigle..........................		0,60
» de sarrasin........................		2,53
Orge..................................		2,20
Riz		0,94
Haricots blancs.......................		2,10
Lentilles.............................		1,80
Moutarde (graine).....................		1,58
Cacao (décortiqué)....................		1,78
Café (vert)...........................		1,45

Les terrains granitiques favorisent l'enrichissement en fluor des farines de céréales.

L'épisperme du grain de blé (son) est très pauvre en fluor ($0^{mg},42$ à $0^{mg},68$ pour 100^g de son), alors qu'il est très riche en phosphore (1080^{mg} à 1102^{mg}). Cette remarque, fort inattendue, mériterait d'être confirmée sur d'autres échantillons et pour d'autres céréales.

Les farines que fournissent ces graines sont généralement, comme la pulpe des fruits, d'une richesse modérée en phosphore (farine de blé 134^{mg} et 150^{mg} pour 100 grammes secs; farine de seigle, 176^{mg}; farine de riz, 108^{mg}).

Dans les graines des légumineuses, les quantités de phosphore sont élevées. Nous avons trouvé : lentilles, 500^{mg}; haricots, 530^{mg}, pour 100 grammes à l'état sec. On savait depuis longtemps que ces aliments sont très phosphorés.

Malgré les nombreuses données que fournissent ces recherches, nous n'avons pu distinguer jusqu'ici de groupe végétal où le fluor paraisse plus particulièrement nécessaire et abondant. C'est ce que montre le Tableau ci-dessus où les résultats sont groupés par familles naturelles. Il est vrai que nous avons dû ranger en chacune d'elles des organes végétaux très dissemblables : fruits, feuilles, tiges, racines, etc., qui, nous l'avons vu, ont, dans un même végétal, une teneur très différente en fluor.

Pour les divers organes d'une même plante, on ne saurait distinguer une loi simple qui lie les variations du fluor à celles du phosphore. Mais, comme chez les animaux, ces deux éléments croissent le plus souvent ou

diminuent ensemble. Toutefois, pour une même espèce de tissu, le rapport $\frac{P}{F}$ paraît plus variable dans la plante que chez l'animal. On remarquera aussi que ce rapport $\frac{P}{F}$, qui varie de 350 à 700 environ dans la plupart des tissus animaux à vie intense, est généralement très inférieur à ces chiffres dans les tissus végétaux, même dans ceux où la vie est la plus active.

Quoique très incomplets encore, les résultats de cette longue étude, qui nous a déjà occupés plusieurs années, paraissent avoir au moins l'intérêt de toutes les choses sur lesquelles on ne possédait auparavant aucune sorte d'indication.

Comme il est désirable que tout travail ait une conclusion pratique, malgré les embarras et les soucis de l'heure présente, nous examinons actuellement l'influence que peut exercer le fluor sur la culture des plantes utilisables.

PALÉONTOLOGIE. — *Les Cosmocératidés, histoire d'une famille d'Ammonites, d'après un Mémoire posthume de M. Robert Douvillé* (¹). Note (²) de M. **Henri Douvillé.**

Les Ammonites qui constituent cette famille sont caractérisées par la présence de deux rangées de tubercules sur la région externe; les côtes, souvent interrompues sur la ligne siphonale, se correspondent toujours d'un côté à l'autre.

L'origine de la famille est obscure; peut-être faut-il la faire remonter à l'*Amm. Taylori* du Lias; dans tous les cas elle est largement représentée dès le Bajocien par les deux genres *Garantia* et *Strenoceras*. On a voulu quelquefois les rapprocher des *Parkinsonia*, abondants au même niveau, mais les analogies ne sont qu'apparentes et ne résistent pas à un examen approfondi : les tubercules externes manquent, les côtes sont alternes, et en outre les cloisons sont nettement différentes.

(¹) L'auteur avait terminé le manuscrit et préparé les planches avant de partir pour le front où il a malheureusement trouvé la mort. Le Mémoire a été publié par le Service de la Carte géologique et par les soins de son père; il est accompagné de 24 planches en photogravure, d'après les photographies de l'auteur.

(²) Séance du 10 janvier 1916.

Les *Garantia* sont des formes lourdes probablement benthiques, tandis que les *Strenoceras* seraient néritiques; il ne peut être question d'une différence de sexe entre ces deux groupes, les languettes de l'ouverture, caractéristiques des mâles, ayant été signalées dans l'un et l'autre genre. Dans les *Garantia* les mâles paraissent présenter une évolution ontogénique plus rapide, ils sont tachygénétiques.

Les différentes espèces de *Garantia* sont caractérisées par la disposition des côtes, toutes bifurquées régulièrement (*G. Garanti* d'Orb.), ou plus raides et moins nombreuses (*G. bifurcata* Ziet.), ou polyfurquées avec large interruption ventrale (*G. baculata* Quenst.), ou fines et fasciculées dans *G. densicostata* Quenst. et *G. longoviciensis* Steinm.; cette dernière espèce se distingue par l'importance plus grande des côtes ombilicales. L'ornementation des *Garantia* à côtes fasciculées rappelle celle des *Kepplerites* du Callovien, mais comme les formes analogues manquent dans le Bathonien, il faut les considérer seulement comme des *variations prémonitoires*.

Les *Strenoceras* plus petits, plus ornés devaient habiter les rivages; les côtes sont toujours simples dans *St. niortense* d'Orb., quelquefois bifurquées dans *St. subfurcatum* Ziet.; elles se réunissent deux à deux aux tubercules externes dans *St. Bigoti* Brasil, disposition fréquente dans le Callovien, et qui apparaît ici pour la première fois. Le *St. præcontrarium* (espèce nouvelle du Bajocien fondée sur un individu un peu irrégulier) présente aussi un caractère nouveau, le renversement en arrière des côtes externes, et ce caractère va être habituel dans les espèces suivantes du Bathonien :

St. contrarium d'Orb., *Haugi*, espèce nouvelle à enroulement plus rapide et ornementation moins régulière, *subcontrarium* Behr. ; cette dernière espèce riche en individus et en variétés (variété épineuse, var. *Termieri*, nov., à côtes non réfractées) dans le gisement de Vauvenargues. Enfin *St. Julii* d'Orb., caractérisé par l'apparition de tubercules ombilicaux.

Le genre *Kepplerites*, caractéristique du Callovien, rappelle l'ornementation des *Garantia* à côtes fasciculées, mais les tubercules externes disparaissent rapidement et la coquille s'arrondit dans le stade sénile : *K. Gowleri* Sow. a des cotes ombilicales saillantes, terminées par un tubercule; celui-ci disparaît et l'ornementation est plus atténuée dans *K. Galilæi* Opp. ; elle s'atténue encore davantage dans *K. calloviensis* Sow., où les côtes ombilicales n'ont pas plus d'importance que les côtes externes.

Le genre *Cosmoceras* se distingue par sa forte ornementation ; les formes

anciennes du Callovien inférieur présentent de chaque côté trois séries de tubercules ombilicaux, latéraux et externes : dans *C. Elisabethœ* Pratt, forme anglaise représentée en France par *C. Couffoni* (nov. sp.) plusieurs côtes se réunissent à un même tubercule externe; *C. Jason* Rein. est une forme mince, probablement nageuse et dans laquelle l'ornementation s'atténue fréquemment de bonne heure par tachygenèse; *C. Grossouvrei*, nov. sp., est une espèce à tours épais, largement ombiliquée, à côtes flexueuses et à tubercules peu individualisés; *C. Castor* (Rein.) Nikitin présente des côtes peu nombreuses, simples ou bifurquées, aboutissant deux à deux à un même tubercule externe; dans la variété *Bizeti*, nov., les côtes sont épaisses et rejetées en arrière; *C. Pollux* (Rein.) Nikitin a des côtes simples et les tubercules externes sont transformés en épines. *C. Bigoti*, nov. sp., remplace *C. Jason*, dans la couche à *athleta*, c'est une forme lourde, benthique, à cloison plus découpée et à lobes plus profonds, tandis que cette dernière espèce était nageuse ou nectique; en outre plusieurs côtes convergent vers un même tubercule externe.

Le *C. Proniœ* Teiss., du même niveau se rapproche beaucoup de l'espèce précédente par sa variété *crassa*.

Les *C. ornatum* Schl. et *Duncani* Sow. se distinguent des espèces précédentes par la disparition des tubercules ombilicaux; dans le jeune âge il est difficile de les différencier. Dans l'adulte le *C. ornatum* est à tours étroits et ombilic large, les tubercules latéraux sont bien développés et persistent longtemps, les tours prennent une section arrondie, les côtes traversent la région siphonale et les tubercules externes ne disparaissent que dans le stade sénile.

Les *C. Duncani* de la zone à *athleta* se rapprochent beaucoup de l'espèce précédente, mais les différences s'accentuent rapidement, les tours deviennent plus larges et l'ombilic plus étroit, les tubercules latéraux disparaissent de bonne heure et la forme générale s'aplatit de plus en plus.

M. R. Douvillé signale enfin deux espèces rares du même niveau, *C. spoliatum* Roll., forme tachygénétique presque dépourvue de tubercules et *C. pollucinum* Teiss., reproduisant presque la forme du *C. Pollux*.

Les cloisons de ces espèces ont été dessinées avec grand soin, toutes les fois que l'état de conservation des échantillons l'a permis.

En résumé, M. R. Douvillé fait observer :

1° Qu'il existe une ressemblance indéniable dans l'ornementation de tous les genres qui constituent cette famille.

2° Qu'il y a eu à différents moments réapparition de types antérieurs;

l'identité n'est pas complète, mais les analogies sont suffisantes pour attribuer ces formes successives à une même tendance intérieure à varier dans un sens déterminé.

On peut ainsi citer les analogies entre certains *Garantia* et les *Kepplerites*, entre les *Strenoceras* et les *Cosmoceras*; le *Str. Julii* du Bathonien présente les tubercules ombilicaux qui ne réapparaîtront que dans les *Cosmoceras* du Callovien.

« Cette tendance à varier dans un sens déterminé, qui se manifeste ainsi par des *variations prémonitoires* et par des *retours ataviques*, est ce qui constitue l'individualité de la famille, c'est son originalité propre. »

En présentant à l'Académie le Mémoire que M. Maurice Lugeon, professeur de Géologie à l'Université de Lausanne, vient de faire paraître dans les *Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse*, M. **Pierre Termier** s'exprime en ces termes :

« Lorsque parut en 1910, sous la signature de M. Maurice Lugeon, la Carte géologique spéciale, à l'échelle du $\frac{1}{50000}$, des Hautes Alpes calcaires entre la Lizerne et la Kander, j'eus l'honneur d'offrir à l'Académie, au nom de l'auteur, un exemplaire de cette Carte admirable et d'appeler sur l'œuvre de M. Lugeon l'attention de mes Confrères.

» Le Mémoire que M. Lugeon offre aujourd'hui, par mon intermédiaire, à notre Bibliothèque, est le premier fascicule de l'Explication qui doit accompagner la Carte. Ce fascicule forme la 30e livraison (nouvelle série) des *Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse*, publiés par la Commission géologique de la Société helvétique des Sciences. Il est intitulé : *Les Hautes Alpes calcaires entre la Lizerne et la Kander (Wildhorn, Wildstrubel, Balmhorn et Torrenthorn)* et comprend 8 planches en couleurs et 61 clichés dans le texte.

» La région dont il s'agit est une des plus curieuses et des plus compliquées des Alpes. Elle est formée par l'accumulation de trois nappes que M. Lugeon a distinguées dès 1902 et qu'il a nommées *nappes helvétiques*. Ces nappes, où les faciès des terrains diffèrent, ne sont, en somme, que d'immenses replis superposés, affectant la couverture sédimentaire du massif cristallin de l'Aar, et s'enfonçant, au Nord, sous les nappes des Préalpes, dont l'origine est au sud du même massif. Toute la synthèse de ce fragment de l'immense chaîne a été donnée par M. Lugeon en 1902; et peu de travaux ont eu, sur le développement de la Géologie alpine, une

plus grande influence que son Mémoire de 1902 sur les grandes nappes de recouvrement des Alpes suisses. Mais, après avoir vu l'ensemble et promulgué la synthèse, il fallait descendre dans le détail, corriger les cartes existantes, analyser patiemment les phénomènes, accumuler les preuves en faveur de la nouvelle théorie que beaucoup de géologues trouvaient trop audacieuse. C'est à quoi s'est employé M. Lugeon; et son œuvre analytique ne mérite pas moins que son œuvre synthétique de retenir notre admiration.

» Je ne crois pas qu'il soit possible de pousser plus loin l'observation géologique et la représentation, par le dessin, des phénomènes observés. M. Lugeon, qui aime passionnément la montagne, excelle à la reproduire dans des croquis où le charme des hauts paysages s'unit à la clarté de l'interprétation tectonique. Géologue autant qu'on peut l'être, et, avec cela, profondément artiste, il a le secret de choisir les points de vue et, quand il a fait choix du tableau à peindre, le secret plus subtil de se borner aux traits essentiels et de mettre en relief les phénomènes principaux. On reconnaît le paysage et l'on en comprend la signification géologique. Avec lui, la montagne reste belle et la structure en paraît presque simple.

» Les dix coupes en couleurs par lesquelles se termine l'atlas des planches, ainsi préparées par un nombre immense d'observations qui s'enchaînent et se vérifient, ne renferment plus qu'une faible part d'hypothèse. Les contournements et les superpositions qu'elles nous offrent, si extraordinaires soient-ils, sont presque tous nécessités par les croquis précédents. Aucun monument de cette taille n'avait encore été élevé à la gloire des nouvelles théories tectoniques; et, en dehors des bassins houillers où s'exerce depuis longtemps l'activité humaine, aucune région de l'écorce terrestre n'est connue aussi bien, ni aussi profondément, que ces montagnes entre la Lizerne et la Kander, depuis que M. Lugeon nous les a cartographiées, dessinées et décrites. »

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui sera présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique, pour une place de Membre titulaire vacante dans la Section d'Astronomie du *Bureau des Longitudes*.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de première ligne, le nombre de votants étant 35,

M. Maurice Hamy obtient. . . . . . . 33 suffrages
M. Pierre Puiseux » . . . . 2 »

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de seconde ligne, le nombre des votants étant 34,

M. Pierre Puiseux obtient . . . . 33 suffrages
M. Renaud » . . . . 1 suffrage

En conséquence, la liste qui sera présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne. . . . . M. **Maurice Hamy**
En seconde ligne. . . . . M. **Pierre Puiseux**

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui sera présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique pour une place de Membre titulaire vacante dans la Section de Marine du *Bureau des Longitudes*.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de première ligne, le nombre de votants étant 33,

M. Renaud obtient. . . . . 31 suffrages
M. Arago » . . . . 2 »

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de seconde ligne, le nombre de votants étant 31,

M. Arago obtient . . . . 30 suffrages

Il y a 1 bulletin blanc.

En conséquence, la liste qui sera présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique, comprendra :

En première ligne. . . . . M. **Renaud**
En seconde ligne. . . . . M. **Arago**

CORRESPONDANCE.

M[me] veuve L.-E. MERLIN adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée aux travaux de son fils, M. **JEAN MERLIN**, mort au champ d'honneur.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des solutions de certaines équations intégrales linéaires de troisième espèce considérées comme limites d'équations de deuxième espèce.* Note de M. **CH. PLATRIER**, présentée par M. Émile Picard.

1° Soient trois nombres, α négatif, β positif, p positif entier et deux fonctions $\psi(x)$ et $K(x, y)$ holomorphes pour $\alpha \leqq x \leqq \beta$ et $\alpha \leqq y \leqq \beta$. Considérons l'équation de seconde espèce en $\varphi(x)$:

$$x^p \varphi(x) = \psi(x) + \lambda \int K(x, y)\, \varphi(y)\, dy, \tag{1}$$

où l'intégrale est prise dans le champ $I(\varepsilon, \eta)$ qui comprend les deux intervalles α à $-\varepsilon$ et η à β, ε et η désignant deux quantités positives très petites.

L'équation (1) admet, en général, une solution unique

$$\varphi(x) = \frac{\alpha_p}{x^p} + \frac{\alpha_{-p1}}{x^{p-1}} + \ldots + \frac{\alpha_1}{x} + \zeta(x), \tag{2}$$

$\zeta(x)$ désignant une fonction holomorphe de x pour $\alpha \leqq x \leqq \beta$ et les α des fonctions méromorphes de λ que nous calculerons tout d'abord.

Nous ferons ensuite tendre ε et η vers zéro de telle sorte que $\log \frac{\varepsilon}{\eta}$ tende vers une constante C et nous établirons : 1° que $\varphi(x)$ *tend vers une fonction méromorphe en* λ *qui dépend homographiquement du paramètre* C, résultat déjà obtenu par une autre voie (voir CH. PLATRIER, *Journal de Mathématiques*, 6[e] série, t. 9, 3[e] fasc., 1913); 2° que *toutes les quantités* α *sauf* α_1 *tendent identiquement vers zéro*.

2° Sauf indication contraire, nous supposerons, dans ce qui suit, que les intégrations s'étendent au champ $I(\varepsilon, \eta)$. Ceci posé, remplaçons dans (1) la fonction $\varphi(x)$ par son expression (2) et écrivons que $\zeta(x)$ est holomorphe pour $x = 0$. Nous établirons ainsi l'équivalence entre l'équation (1) et le système

$$(3)\qquad \zeta(x) = f(x) + \lambda \int H(x, y)\zeta(y)\,dy;$$

$$(4)\qquad A_\theta + \lambda \int B_\theta(y) f(y)\,dy = 0 \qquad (\theta = 0, 1, 2, \ldots, \overline{p-1}).$$

Cela par des raisonnements déjà exposés (voir CH. PLATRIER, *Comptes rendus*, 1913, t. 156, p. 1825, et t. 157, p. 28) et après avoir défini les quantités $f(x)$, $H(x, y)$, A_θ et $B_\theta(y)$ par les égalités suivantes :

$$\psi(x) = x^p \chi(x) + \sum_{\varpi=0}^{\varpi=p-1} a_\varpi x^\varpi;$$

$$h_\theta(x) = \int \frac{K(x, y)}{y^\theta}\,dy = x^p k_\theta(x) + \sum_{\varpi=0}^{\varpi=p-1} \beta_\varpi^{(\theta)} x^\varpi;$$

$$f(x) = \chi(x) + \lambda \sum_{\varpi=1}^{\varpi=p} \alpha_\varpi k_\varpi(x);$$

$$K(x, y) = x^p H(x, y) + \sum_{\varpi=0}^{\varpi=p-1} b_\varpi(y) x^\varpi;$$

$$A_\theta = a_\theta - \alpha_{p-\theta} + \lambda \sum_{\varpi=1}^{\varpi=p} \alpha_\varpi \beta_\theta^{(\varpi)};$$

$$B_\theta(y) = b_\theta(y) + \lambda \int b_\theta(x)\,\mathcal{H}(x, y, \lambda)\,dx.$$

$\mathcal{H}(x, y, \lambda)$ désignant la résolvante de Fredholm relative au noyau $H(x, y)$ au paramètre λ et au champ $I(\varepsilon, \eta)$. Le système linéaire (4) en $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ permet de calculer ces fonctions de λ.

3° Désignons par $X_q(x, y)$, $Y_q(x, y)$, $Z_q(x, y)$ les coefficients de x^q, y^q, $x^q y^q$ dans $K(x, y)$ et mettons en évidence les quantités $U_\varpi = \int \frac{dy}{y^\varpi}$ dans le système (4). Il s'explicitera ainsi

$$(5)\qquad a_\theta + \lambda \int B_\theta(y)\chi(y)\,dy - \alpha_{p-\theta} + \lambda \sum_{q=1}^{q=p} \alpha_q D_q^{(\theta)} = 0 \qquad (\theta = 0, 1, 2, \ldots, \overline{p-1})$$

avec

(6) $$D_q^{(\theta)} = \frac{1}{\theta!}\int\left[\frac{\partial^\theta Y_q(x,y)}{\partial x^\theta}\right]_{x=0} dy + \int\int B_\theta(x)\, Z_q(x,y)\, dx\, dy + \sum_{\varpi=1}^{\varpi=q} \frac{1}{\overline{q-\varpi}!} U_\varpi E_q^{(\theta)}(\varpi)$$

et

(7) $$E_q^{(\theta)}(\varpi) = \frac{1}{\theta!}\left[\frac{\partial^{\theta+q-\varpi} K(x,y)}{\partial x^\theta\, \partial y^{q-\varpi}}\right]_{\substack{x=0\\y=0}} + \int B_\theta(x)\left[\frac{\partial^{\overline{q-\varpi}} X_q(x,y)}{\partial y^{q-\varpi}}\right]_{y=0} dx.$$

Comme U_ϖ est de degré $\varpi - 1$ en $\frac{1}{\varepsilon}$ et $\frac{1}{\eta}$, le système d'équations (5) donne pour les quantités α des quotients de deux quantités de degré maximum $1 + 2 + \ldots + \overline{p-1}$ en $\frac{1}{\varepsilon}$ et $\frac{1}{\eta}$, le dénominateur commun et le numérateur de α_1 étant effectivement de degré $\frac{p(p-1)}{2}$, les autres numérateurs étant de degré inférieur; de plus, le coefficient du terme de degré $\frac{p(p-1)}{2}$ du dénominateur est de la forme $\mu + \nu \log\frac{\varepsilon}{\eta}$, μ et ν désignant deux facteurs méromorphes en λ à limites déterminées quand ε et η tendent vers zéro. Si donc, dans cette dernière hypothèse, $\log\frac{\varepsilon}{\eta}$ tend vers C, les quantités $\alpha_2, \alpha_3, \ldots, \alpha_p$ tendent identiquement vers zéro et α_1 tend vers une quantité de la forme $\frac{P}{M + CN}$, M, N, P désignant trois fonctions méromorphes de λ bien déterminées. D'autre part, en vertu de (3), $\zeta(x)$ tend vers une fonction homographique en C et méromorphe en λ

(8) $$\zeta(x) = \chi(x) + \lambda\int_\alpha^\beta \mathcal{H}(x,y,\lambda)\,\chi(y)\,dy + \frac{\lambda P}{M + CN}\left[k(x) + \lambda\int_\alpha^\beta \mathcal{H}(x,y,\lambda)\,k(y)\,dy\right],$$

$\mathcal{H}(x, y, \lambda)$ désignant la résolvante de Fredholm relative au noyau holomorphe $H(x, y)$ au paramètre λ et au champ $(\alpha - \beta)$; $k(x)$ désignant la limite linéaire en C de la fonction $k_1(x)$ définie ci-dessus.

L'expression (2) de $\varphi(x)$ montre alors que sa limite, *solution au sens indiqué par M. E. Picard* (voir E. Picard, *Annales de l'École Normale supérieure*, 1911) *de l'équation intégrale linéaire de troisième espèce*

$$x^p \varphi(x) = \psi(x) + \lambda\int_\alpha^\beta K(x,y)\,\varphi(y)\,dy,$$

est une fonction homographique en C, *méromorphe en* λ *et* x *et admettant comme seul pôle en* x *le pôle simple* $x = 0$. C. Q. F. D.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de polynomes à une variable.* Note de M. **Angelesco**, présentée par M. Appell.

1. Démontrons qu'il existe un polynome $P_n(x)$ de degré sn en x, et un seul, satisfaisant aux sn conditions

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} \varphi_1(x) P_n(x) x^i \, dx = 0, \\ \int_{\alpha_2}^{\beta_2} \varphi_2(x) P_n(x) x^i \, dx = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots, \\ \int_{\alpha_s}^{\beta_s} \varphi_s(x) P_n(x) x^i \, dx = 0 \\ (i = 0, 1, 2, \dots, n-1), \end{array}\right.$$

les fonctions $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, ..., $\varphi_s(x)$ conservant des *signes constants*, pour x respectivement dans les intervalles (α_1, β_1), (α_2, β_2), ..., (α_s, β_s), et tous ces intervalles n'ayant *aucun élément commun.* Le cas $s = 1$ est connu et nous donne pour $P_n(x)$ un polynome de degré n en x qu'on appelle *polynome de Legendre généralisé.* Dans le cas général que nous considérons, les conditions (1) nous fournissent sn équations linéaires et homogènes du premier degré, qui nous donnent les $sn + 1$ coefficients du polynome $P_n(x)$ à un même facteur constant près. Si un polynome P, d'un degré *quelconque* en x, satisfait aux n conditions

$$\int_{\alpha_\gamma}^{\beta_\gamma} \varphi_\gamma(x) P x^i \, dx = 0 \qquad (i = 0, 1, 2, \dots, n-1),$$

il est facile de voir que ce polynome P change au moins n fois de signe dans l'intervalle $(\alpha_\gamma, \beta_\gamma)$; donc l'équation $P = 0$ a au moins n racines réelles et distinctes dans cet intervalle. Ceci nous prouve que l'équation $P_n(x) = 0$ a toutes ses racines réelles et distinctes, n par n dans chaque intervalle (α_1, β_1), (α_2, β_2), ..., (α_s, β_s).

Ces considérations nous permettent aussi de voir qu'il ne peut y avoir d'autre polynome de degré sn satisfaisant aux conditions (1), car si $P'_n(x)$ était un tel polynome, le polynome $P_n(x) + \lambda P'_n(x)$ satisferait aussi aux conditions (1); en choisissant alors λ de manière à annuler le terme du plus haut degré dans ce polynome, on arriverait au résultat absurde, qu'un

polynome d'un degré moindre que sn change au moins sn fois de signe entre deux limites de la variable.

2. Désignons par $X_m^\gamma(x)$ le polynome de Legendre généralisé, de degré m, qui satisfait aux m conditions

$$\int_{\alpha_\gamma}^{\beta_\gamma} \varphi_\gamma(x) X_m^\gamma(x) x^i\, dx = 0 \qquad (i = 0, 1, 2, \ldots, m-1).$$

On a évidemment s égalités de la forme

$$\begin{aligned} P_n(x) &= X_{ns}^1(x) + \alpha_1^1 X_{ns-1}^1(x) + \alpha_2^1 X_{ns-2}^1(x) + \ldots + \alpha_{ns-n}^1 X_n^1(x), \\ P_n(x) &= X_{ns}^2(x) + \alpha_1^2 X_{ns-1}^2(x) + \alpha_2^2 X_{ns-2}^2(x) + \ldots + \alpha_{ns-n}^2 X_n^2(x), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ P_n(x) &= X_{ns}^s(x) + \alpha_1^s X_{ns-1}^s(x) + \alpha_2^s X_{ns-2}^s(x) + \ldots + \alpha_{ns-n}^s X_n^s(x). \end{aligned}$$

En éliminant entre ces inégalités $P_n(x)$, on trouve $s-1$ polynomes de degré $ns-1$ qui doivent être identiquement nuls; d'où l'on déduit les $ns(s-1)$ équations linéaires du premier degré qui nous permettront de déterminer les $ns(s-1)$ constantes α_μ^ν. Donc le polynome $P_n(x)$ pourra être déterminé lorsque l'on connaît les polynomes de Legendre généralisés $X_m^\gamma(x)$ correspondants.

3. Proposons-nous de déterminer le polynome le plus général $\Phi(x)$, de degré sn en x, tel que les développements suivant les puissances descendantes de la variable des s fonctions

$$\Phi(x)\int_{\alpha_1}^{\beta_1} \frac{\varphi_1(z)}{x-z}\,dz, \qquad \Phi(x)\int_{\alpha_2}^{\beta_2} \frac{\varphi_2(z)}{x-z}\,dz, \qquad \ldots, \qquad \Phi(x)\int_{\alpha_s}^{\beta_s} \frac{\varphi_s(z)}{x-z}\,dz$$

ne contiennent aucune des puissances

$$\frac{1}{x}, \quad \frac{1}{x^2}, \quad \ldots, \quad \frac{1}{x^n}.$$

On trouve que le polynome $\Phi(x)$ cherché est celui qui satisfait aux conditions (1). $\Phi(x)$ est donc précisément le polynome $P_n(x)$.

Posons

$$\Phi_i(x) = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(z) \frac{P_n(x) - P_n(z)}{x-z}\,dz.$$

Les fractions rationnelles de même dénominateur

$$\frac{\Phi_1(x)}{P_n(x)}, \quad \frac{\Phi_2(x)}{P_n(x)}, \quad \ldots, \quad \frac{\Phi_s(x)}{P_n(x)}$$

représentent respectivement les intégrales

$$\int_{\alpha_1}^{\beta_1} \frac{\varphi_1(z)}{x-z}\,dz, \quad \int_{\alpha_2}^{\beta_2} \frac{\varphi_2(z)}{x-z}\,dz, \quad \ldots, \quad \int_{\alpha_s}^{\beta_s} \frac{\varphi_s(z)}{x-z}\,dz,$$

aux termes près de l'ordre $\frac{1}{x^{sn+n+1}}$. Un exemple de ce mode d'approximations simultanées de plusieurs fonctions est donné par Hermite dans son Mémoire [1] : *Sur quelques équations différentielles linéaires.*

4. Pour donner un exemple de polynome $P_n(x)$, considérons le cas particulier

$$\varphi_1(x) = \varphi_2(x) = \ldots = \varphi_s(x) = (x-a_0)^{-\mu_0}(x-a_1)^{-\mu_1}\ldots(x-a_s)^{-\mu_s},$$
$$\alpha_1 = a_0, \quad \alpha_2 = a_1, \quad \ldots, \quad \alpha_s = a_{s-1},$$
$$\beta_1 = a_1, \quad \beta_2 = a_2, \quad \ldots, \quad \beta_s = a_s,$$

où l'on suppose

$$\mu_0 < 1, \quad \mu_1 < 1, \quad \ldots, \quad \mu_s < 1 \quad \text{et} \quad a_0 < a_1 < \ldots < a_s.$$

On voit alors facilement que le polynome $P_n(x)$ correspondant sera le polynome

$$(x-a_0)^{\mu_0}(x-a_1)^{\mu_1}\ldots(x-a_s)^{\mu_s}\frac{d^n(x-a_0)^{n-\mu_0}(x-a_1)^{n-\mu_1}\ldots(x-a_s)^{n-\mu_s}}{dx^n}.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence des séries trigonométriques conjuguées.* Note de M. J. **Priwaloff**, présentée par M. Émile Picard.

M. S. Bernstein a démontré l'inégalité remarquable :

Si une somme trigonométrique d'ordre n au plus

$$S_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n}(a_k \cos kx + b_k \sin kx) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} A_k(x)$$

est $\leqq M$ en valeur absolue sur le segment $0 \leqq x \leqq 2\pi$, on a

$$|S'_n(x)| = \left|\sum_{k=1}^{n} k(-a_k \sin kx + b_k \cos kx)\right| = \left|\sum_{k=1}^{n} k\bar{A}_k(x)\right| \leqq nM$$

sur ce même segment [2].

[1] *Œuvres de Charles Hermite*, t. 3, p. 197.

[2] Mémoires couronnés par l'Académie de Belgique, 1911.

Je commence par généraliser la proposition ci-dessus, en démontrant l'inégalité suivante : *Soit*

$$S_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} A_k(x)$$

une somme trigonométrique d'ordre n au plus, $\leqq M$ *en valeur absolue sur un segment quelconque* (a, b); *en prenant un segment* (a', b') *intérieur à* (a, b), *de longueur aussi voisine de* $(b - a)$ *qu'on voudra, il existe toujours une constante positive* C [*dépendant seulement de* (a', b')], *telle qu'on ait*

$$|S'_n(x)| = \left|\sum_{k=1}^{n} k\overline{A}_k(x)\right| < MCn$$

sur le segment (a', b').

En utilisant les inégalités de M. S. Bernstein, après quelques calculs nous démontrons d'abord notre proposition pour les sommes trigonométriques non complètes (des cosinus ou des sinus), en prenant un segment quelconque $(-h, +h)$.

Pour démontrer l'inégalité ci-dessus, faisons la substitution

$$x = \xi + x', \quad \text{où} \quad \xi = \frac{a+b}{2}.$$

Cela nous donne

$$a_0 + \sum_{k=1}^{n} A_k(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} [A_k(\xi) \cos kx' - \overline{A}_k(\xi) \sin kx'];$$

par condition

$$\left|a_0 + \sum_{k=1}^{n} [A_k(\xi) \cos kx' - \overline{A}_k(\xi) \sin kx']\right| \leqq M,$$

sur le segment $(-h, h)$, où $h = \dfrac{b-a}{2}$.

On voit bien que

$$\left|a_0 + \sum_{k=1}^{n} A_k(\xi) \cos kx'\right| \leqq M \quad \text{et} \quad \left|\sum_{k=1}^{n} \overline{A}_k(\xi) \sin kx'\right| \leqq M$$

sur $(-h, +k)$.

Donc, en vertu du précédent, en désignant par $(-h', h')$ un segment intérieur à $(-h, h)$, de longueur aussi voisine de $2h$ qu'on voudra, il existe deux constantes positives C′ et C″ [dépendant seulement de $(-h', +h')$]

telles qu'on ait les inégalités

$$\left|\sum_{k=1}^{n} k\,\mathrm{A}_k(\xi)\sin kx'\right| < \mathrm{MC}'n \quad \text{et} \quad \left|\sum_{k=1}^{n} k\,\overline{\mathrm{A}}_k(\xi)\cos kx'\right| < \mathrm{MC}''n$$

sur $(-h', h')$.

En faisant l'addition, nous en déduisons

$$\left|\sum_{k=1}^{n} k\left[\mathrm{A}_k(\xi)\sin kx' + \overline{\mathrm{A}}_k(\xi)\cos kx'\right]\right| < \mathrm{M}(\mathrm{C}'+\mathrm{C}'')n = \mathrm{MC}n$$

sur $(-h', h')$.

En revenant de x' à x nous aurons l'inégalité cherchée.

D'après le théorème bien connu de M. Borel sur les systèmes d'intervalles, il résulte de l'inégalité ci-dessus la proposition plus générale :

Si dans l'ensemble parfait $\mathfrak{P}$ *de mesure* $p\,(p>0)$ *une somme trigonométrique d'ordre n au plus*

$$\mathrm{S}_n(x) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} \mathrm{A}_k(x)$$

est $\leqq \mathrm{M}$ *en valeur absolue, il existe toujours un ensemble parfait* $\mathfrak{P}_1$ *(une partie de* $\mathfrak{P}$*) de mesure aussi voisine de p qu'on voudra et une constante positive* C *(dépendant seulement de* $\mathfrak{P}_1$*) telles qu'on ait l'inégalité*

$$|\mathrm{S}'_n(x)| = \left|\sum_{k=1}^{n} k\,\mathrm{A}_k(x)\right| < \mathrm{MC}n$$

dans l'ensemble $\mathfrak{P}_1$.

En utilisant l'inégalité de M. S. Bernstein, M. Fejer a démontré le résultat suivant [1] :

Si la série trigonométrique

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{A}_n(x)$$

est convergente uniformément sur le segment $0 \leqq x \leqq 2\pi$, la série conjuguée

$$c + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin nx - b_n \cos nx) = c + \sum_{n=1}^{\infty} \overline{\mathrm{A}}_n(x)$$

est convergente *presque partout* sur ce même segment.

(1) *Journ. für Math.*, t. 144.

En utilisant l'inégalité généralisée, nous pouvons démontrer la proposition beaucoup plus générale :

Si la série trigonométrique de Fourier d'une fonction à carré sommable

$$a_0 + \sum_{n=1} A_n(x)$$

est convergente dans l'ensemble $\mathfrak{M}$ *de mesure* m, $m > 0$, *la série conjuguée*

$$c + \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A}_n(x)$$

est convergente presque partout dans $\mathfrak{M}$.

En désignant par $s_n(x)$ la somme des $n+1$ premiers termes de la série donnée, par $\sigma_n(x)$, $\Sigma_n(x)$ les sommes simples et la moyenne arithmétique de la série conjuguée, nous avons l'identité de M. Fejer [1]

$$\text{(A)} \qquad \Sigma_n(x) = \sigma_n(x) + \frac{s'_n(x)}{n+1}.$$

Il résulte du théorème démontré par M. Egoroff [2] que la série donnée est convergente uniformément dans un ensemble parfait $\mathfrak{P}$ de mesure aussi voisine de m qu'on voudra.

Donc, à chaque t il correspond un nombre n_0 tel qu'on ait dans $\mathfrak{P}$

$$|s_n(x) - s_{n_0}(x)| < t \qquad \text{pour} \qquad n > n_0.$$

En vertu de la formule (A), nous avons

$$|\Sigma_n(x) - \sigma_n(x)| \leqq \frac{|s'_{n_0}(x)|}{n+1} + \frac{|[s_n(x) - s_{n_0}(x)]'|}{n+1}.$$

En choisissant n suffisamment grand pour qu'on ait $\left|\frac{s'_{n_0}(x)}{n+1}\right| < t$ et en appliquant l'inégalité démontrée, il en résulte

$$|\Sigma_n(x) - \sigma_n(x)| < t + Ct = (1 + C)\,t$$

dans l'ensemble $\mathfrak{P}_1$, lorsque n est suffisamment grand. Cela prouve que $\sigma_n(x)$ converge en chaque point de $\mathfrak{P}_1$ où $\Sigma_n(x)$ est convergente. Donc $\sigma_n(x)$ converge presque partout dans $\mathfrak{M}$, la série conjuguée étant une série de Fourier d'une fonction à carré sommable. C. Q. F. D.

---

(1) *Journ. für Math.*, t. 144.

(2) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 244.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la formation de bases pyridiques et isoquinoléiques à partir de la caséine.* Note de MM. **Amé Pictet** et **Tsan Quo Chou**, présentée par M. Armand Gautier.

La question de la genèse des alcaloïdes dans les plantes est loin d'être résolue. On tend cependant de plus en plus à voir dans ces composés, non point des produits d'assimilation, représentant une étape dans l'édification des matières albuminoïdes, mais au contraire des produits de déchet résultant de la désagrégation de ces mêmes matières.

La principale objection qu'on ait faite à cette interprétation est que la molécule d'un grand nombre d'alcaloïdes contient certains groupements atomiques, et en particulier le noyau de la pyridine (ou le double noyau de la quinoléine ou de l'isoquinoléine) qui n'existent pas dans la molécule des albumines.

L'un de nous (¹) a cherché à répondre à cette objection en émettant l'hypothèse que ce noyau pyridique se forme après coup, grâce à des condensations qui interviendraient entre les produits primordiaux de la décomposition des albumines et d'autres substances coexistant dans les tissus végétaux et dont la principale serait l'*aldéhyde formique* continuellement engendrée dans les feuilles. Ces condensations donneraient naissance au nouveau noyau, soit par élargissement du noyau pyrrolique des albumines, soit par cyclisation de chaînes azotées ouvertes.

Il nous a paru intéressant de rechercher si ces phénomènes pourraient être reproduits en dehors de la plante vivante; en d'autres termes si, en hydrolysant *in vitro* une albumine en présence d'aldéhyde formique, on obtiendrait des substances basiques renfermant dans leur molécule le noyau de la pyridine et se rapprochant en cela des alcaloïdes naturels.

Nous avons, dans ce but, chauffé au bain-marie, pendant environ 6 heures, 50g de caséine avec 150g d'acide chlorhydrique (densité 1,19), et pendant toute la durée de l'opération, nous avons fait tomber goutte à goutte dans le mélange 25g de méthylal. On sait que le méthylal est décomposé par les acides minéraux en aldéhyde formique et alcool méthylique. L'hydrolyse de la caséine s'effectuait donc en présence d'une source permanente d'aldéhyde formique.

Le produit de la réaction est très complexe; il nous aurait fallu beaucoup de temps

(¹) A. Pictet, *Archives des Sciences physiques et naturelles*, t. 19, p. 329, et Conférence à la Société chimique de France, 2 juin 1906.

et de travail pour en séparer et en caractériser tous les constituants. Nous avons été au plus pressé qui était d'y constater la présence de composés à noyaux pyridiques. Pour cela, après avoir réuni les solutions acides provenant de plusieurs opérations, nous les avons évaporées à sec, nous avons mélangé le résidu avec trois fois son poids de chaux vive, puis soumis le tout à la distillation dans une cornue de cuivre. Ce traitement devait éliminer certains groupes d'atomes (carboxyles, hydroxyles, chaînes latérales), mais laisser intacts les noyaux des molécules.

Le produit de cette distillation est une huile jaunâtre, dont le poids s'élève à 9 pour 100 de celui de la caséine mise en œuvre. Cette huile se dissout presque entièrement dans l'acide chlorhydrique étendu. On constate, dans la solution, la présence de bases primaires, secondaires et tertiaires. Ces dernières nous intéressant plus particulièrement, nous les avons débarrassées des autres par un traitement au nitrite de soude, puis, après les avoir remises en liberté, nous les avons soumises à la distillation fractionnée. Elles passent de 70° à 300°, en ne laissant qu'un résidu insignifiant.

Des différentes fractions ainsi obtenues nous avons isolé les bases suivantes, dont nous avons pu caractériser quelques-unes par leurs propriétés et les points de fusion de leurs sels :

1. *Pyridine*, C^5H^5N (en faible quantité). Point de fusion du picrate 165°-166°.

2. 2.6-*diméthylpyridine*, C^7H^9N. Points de fusion du picrate 168°, du chloromercurate 188°, du chloraurate 124°.

3. Une seconde base de même formule C^7H^9N, décolorant le permanganate à froid et donnant de fort beaux sels, à points de fusion élevés : picrate 238°, chloraurate 225°, chloromercurate 235°, chloroplatinate 285°. Nous n'avons pu déterminer sa constitution.

4. *Isoquinoléine*, C^9H^7N (50 pour 100 du mélange basique). Point de fusion 24°, point d'ébullition 240°. Points de fusion du picrate 223°, du sulfate 205°-206°.

5. 4-*méthylisoquinoléine*, $C^{10}H^9N$. Point d'ébullition 255°-257°. Points de fusion du picrate 193°, du chloroplatinate 255°.

6. Une base $C^{11}H^{11}N$ (probablement une éthylisoquinoléine ou une diméthylisoquinoléine). Picrate fusible à 240°, chloraurate vers 195°, chloroplatinate au-dessus de 300°.

7. Une base $C^{12}H^{13}N$. Point de fusion du picrate 185°.

Chose curieuse, il ne nous a pas été possible de déceler dans le mélange des bases la moindre trace de quinoléine.

Il va de soi que nous avons effectué une expérience en tout semblable à la précédente, mais *sans addition de méthylal;* elle ne nous a fourni aucune des bases énumérées plus haut.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la nitration de l'acide phénylpropiolique.* Note de M. S. Reich, présentée par M. Armand Gautier.

Les trois acides nitro-phénylpropioliques isomériques,

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}C\equiv C.COOH\\NO^2\end{matrix}\right.,$$

sont connus; ils ont été préparés par déshydrogénation des acides nitro-cinnamiques

$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CH=CH.COOH\\NO^2\end{matrix}\right.,$$

mais la nitration directe de l'acide phénylpropiolique n'a pas encore été effectuée. J'ai étudié cette réaction afin de savoir si le groupe $C\equiv C.COOH$ oriente un nouveau substituant dans la position *méta* (comme le font les groupes COOH, CHO, NO^2, CN, SO^3H) ou dans les positions *para* et *ortho* (ainsi que le font les groupes OH, NH^2, CH^3, $CH^2.COOH$).

J'ai constaté que l'acide phénylpropiolique peut être nitré sans qu'il y ait oxydation de la chaîne latérale, si l'on procède comme suit :

On refroidit, à $-20°$, 3^{cm^3} d'acide nitrique (densité 1,5) exempt de vapeurs nitreuses, et l'on y introduit par petites portions $0^g,1$ d'acide phénylpropiolique; on maintient la solution pendant 5 à 10 minutes à la température indiquée, puis on la verse sur de la glace pilée; il se dépose une poudre blanche, qu'on jette sur un filtre et qu'on lave à l'eau. Après cristallisation dans l'alcool étendu, on obtient de fines aiguilles incolores; celles-ci fondent à 181° et constituent l'*acide para-nitro-phénylpropiolique*.

Si l'on effectue la nitration en ne refroidissant qu'à 0°, cet acide est accompagné d'une petite quantité de son isomère *ortho*. Ce dernier reste dans les eaux mères lorsqu'on fait cristalliser le mélange dans l'eau bouillante. Additionnées d'alcali et de glucose et portées à l'ébullition, ces eaux mères prennent une coloration verdâtre, puis bleue, et après 3 jours de repos on y trouve un dépôt d'indigo ($0^g,02$ à partir de $0^g,2$ d'acide phénylpropiolique.

Je n'ai pas constaté, dans ces nitrations, la formation d'acide *méta*-nitro-phénylpropiolique.

Le groupe $C\equiv C.COOH$ oriente donc le radical NO^2 en *para*, et secon-

dairement en *ortho*. Ce fait est surprenant, car on sait que les groupes C≡N et COOH, qui présentent avec lui une grande analogie de constitution, dirigent au contraire le nouveau substituant dans la position *méta*.

On sait, d'autre part, que l'acide cinnamique et l'acide hydrocinnamique donnent par nitration directe des dérivés paranitrés avec un peu de dérivés orthonitrés. Les trois acides

$$C^6H^5 - CH^2 - CH^2 - COOH,$$
$$C^6H^5 - CH = CH - COOH,$$
$$C^6H^5 - C \equiv C - COOH$$

se comportent donc de la même manière à la nitration. Cela ne confirme pas la théorie qui attribue au degré de saturation des chaînes latérales une influence sur l'orientation.

Le groupe C≡C.COOH étant environ cent fois plus électronégatif que le groupe COOH (la constante de dissociation de l'acide phénylpropiolique est 0,59, tandis que celle de l'acide benzoïque est 0,006), le résultat de mon expérience est également en contradiction avec les règles de la substitution qui attribuent aux groupes électronégatifs un pouvoir d'orientation en *méta*.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les observations de Haga et Jaeger relatives à certaines dissymétries des radiogrammes cristallins.* Note de M. G. Friedel, présentée par M. Pierre Termier.

H. Haga et F.-M. Jaeger ont publié depuis quelques mois (¹) une série d'observations d'où il résulterait que certaines lames taillées dans un cristal orthorhombique parallèlement à l'un des plans de symétrie du réseau, et recevant un faisceau de rayons X normal à ce plan, fourniraient un radiogramme n'offrant qu'un seul plan de symétrie.

On sait que, l'absence de centre ne paraissant pas pouvoir être révélée par les radiogrammes (²), tout cristal orthorhombique, même antihémièdre, doit montrer dans les radiogrammes trois plans de symétrie trirectangulaires. Les observations de Haga et Jaeger tendraient à montrer qu'il n'en est pas toujours ainsi.

(¹) F.-M. Jaeger, *Bull. de l'Acad. Roy. des Sciences d'Amsterdam*, t. 17, 1915, p. 1204. — H. Haga et F.-M. Jaeger, *Ibid.*, t. 18, 1915, p. 542 et 559.

(²) G. Friedel, *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 1533.

Les faits principaux qui ressortent des Mémoires de Haga et Jaeger sont les suivants :

1° La dissymétrie constatée n'a aucun rapport avec celle qui résulterait de l'absence, dans la structure du cristal, d'un plan de symétrie appartenant à son réseau. Une telle dissymétrie mériédrique porterait, non sur les positions des taches de diffraction, mais seulement sur leurs intensités, les positions des plans réflecteurs et par suite celles des taches étant entièrement définies par le réseau. Dans les radiogrammes de Haga et Jaeger, les taches ont subi, par rapport aux positions normales de symétrie, des déplacements souvent très importants.

2° Il suffit de transformer les radiogrammes dissymétriques de Haga et Jaeger en projections stéréographiques des pôles des plans réflecteurs pour constater immédiatement que *tout* se passe comme si le cristal, parfaitement homogène, et supposé d'abord placé de manière que l'un des axes binaires du réseau coïncide avec le faisceau incident, avait tourné d'un petit angle par rapport à cette position, sans aucune déformation, la rotation s'étant d'ailleurs faite en général autour de l'un des deux autres axes binaires ou à peu près. On sait qu'un déplacement angulaire de 1° ou 2° suffit pour déformer le radiogramme au point de le rendre méconnaissable. Dans les radiogrammes de Haga et Jaeger, la rotation, qu'elle soit réelle ou, comme le croient les auteurs, apparente, atteint et dépasse parfois 3°.

Ainsi on obtiendrait des radiogrammes *identiques* à ceux que publient Haga et Jaeger si l'on imprimait une rotation de 1°, 2°, 3° à une lame primitivement bien orientée, et cela sans qu'il intervienne aucun phénomène nouveau. Tout l'intérêt des observations de Haga et Jaeger consiste donc en ceci qu'un tel résultat est annoncé comme obtenu avec des lames parfaitement orientées. On est, dès lors, étonné de ne trouver dans les Mémoires en question que des indications sommaires et peu convaincantes sur les précautions prises pour assurer l'exacte orientation des lames cristallines dans la partie traversée par les rayons. Il reste permis de soupçonner que tout le nouveau phénomène se réduit à l'effet d'une orientation imparfaite, soit que les lames n'aient pas été taillées comme il convient, ou qu'elles présentent des plages diversement orientées, soit que, bien taillées et uniformément orientées, elles n'aient pas été placées dans la direction voulue. Ce qui me paraît fortement confirmer cette supposition, c'est que les auteurs, dans leurs premiers Mémoires, paraissent ne pas s'être rendu compte de l'effet considérable de déformation produit sur le radiogramme par les petits déplacements angulaires de la lame et ne pas s'être mis en garde contre cette cause d'erreur.

3° Certaines lames ont donné, dans des poses différentes et après déplacement, tantôt un radiogramme normal, tantôt un radiogramme déformé. Chacun de ces radiogrammes est d'ailleurs composé de taches nettes et simples, révélant ainsi un cristal bien homogène dans la partie traversée par les rayons. Il est regrettable que les auteurs n'aient pas cherché la limite entre les deux sortes de plages et la manière dont se fait le passage de l'une à l'autre. On ne peut que se demander si, entre les deux poses, la lame cristalline n'a pas subi un déplacement angulaire ou si, bien orientée dans une de ses parties, elle ne se composait pas de plages ayant des orientations légèrement divergentes, comme il arrive bien souvent.

4° Les plans de symétrie que les radiogrammes anomaux montrent subsistants (à supposer, bien entendu, l'exacte orientation des lames) sont parfois incompatibles entre eux. Ainsi une lame parallèle au plan (001) ayant montré deux plans de symétrie (100) et (010), ce qui est normal; et une lame parallèle au plan (100) n'en ayant montré qu'un seul, qui est (010), ce qui constitue l'anomalie signalée par Haga et Jaeger; une lame parallèle à (010) n'en montre qu'un aussi, mais qui est (001), et non pas, comme on devait s'y attendre, (100).

Tous ces faits s'expliquent d'eux-mêmes et entièrement s'il est possible d'admettre une orientation imparfaite des lames. Par contre, ils sont bien étranges si toutes les précautions ont vraiment été prises pour réaliser, dans la partie traversée par les rayons, une orientation exacte. Après avoir conclu à quelque défaut de la théorie en vertu de laquelle les radiogrammes de cristaux orthorhombiques doivent montrer trois plans de symétrie, Jaeger a dû reconnaître que cette théorie n'est pas en cause. L'absence d'un plan de symétrie ne saurait se manifester par un déplacement des taches si le réseau est orthorhombique, mais seulement par la dissymétrie de leurs intensités. Haga et Jaeger imaginent à présent que le nouveau phénomène serait dû à des perturbations de la structure du cristal, perturbations qu'ils attribuent à l'existence de *plans vicinaux internes*. Mais ils ne définissent pas ces plans et ne tentent pas d'en expliquer l'action, même sommairement.

On sait, depuis les premiers radiogrammes cristallins, quel est l'effet des perturbations de la structure homogène du cristal sur les radiogrammes : les taches deviennent multiples. Chaque tache simple et nette du radiogramme du cristal homogène est remplacée par un groupe de taches plus ou moins contiguës, plus ou moins séparées. Lorsque les rayons X traversent une portion de cristal imparfaitement homogène, c'est-à-dire en somme un ensemble de plusieurs éléments cristallins homogènes ayant des orienta-

tions légèrement différentes, chacun de ces éléments agit à peu près comme s'il était seul et le radiogramme se compose de plusieurs radiogrammes simples superposés correspondant chacun à l'une de ces orientations. Si l'un de ces radiogrammes est symétrique, les autres ne le sont pas. Et si l'on imagine que l'un de ces autres radiogrammes, non symétriques, existe seul, on ne dira plus que la structure cristalline est troublée, mais tout simplement que la lame cristalline, dans la partie traversée par les rayons, est mal orientée. Il se peut d'ailleurs qu'elle soit bien orientée dans une autre partie, rien n'étant plus commnn que les édifices cristallins imparfaitement homogènes dont l'orientation varie d'un point à un autre.

Dans les radiogrammes publiés par Haga et Jaeger, il n'y a point de taches multiples. Ils sont en général remarquablement nets et proviennent incontestablement de cristaux qui, dans la partie traversée par les rayons, étaient sensiblement homogènes. Dès lors, on ne voit guère en quoi pourrait consister cette prétendue perturbation interne qui laisserait le cristal homogène et aurait pour effet d'imiter exactement, dans le radiogramme, une simple rotation du cristal. Il est infiniment plus naturel d'admettre, jusqu'à preuve du contraire, que cette rotation est réelle et conforme à celle qui se lit immédiatement sur le radiogramme. Avant de chercher, avec Haga et Jaeger, la cause du nouveau phénomène, il y a lieu, me semble-t-il, d'attendre que les auteurs en aient démontré l'existence, ce qui ne saurait se faire en accumulant les radiogrammes, mais bien plutôt en apportant des preuves convaincantes de la parfaite orientation des lames cristallines ayant donné les radiogrammes anomaux.

CHIMIE AGRICOLE. — *Déplacement de la potasse et de l'acide phosphorique contenus dans certaines roches, par quelques substances employées comme engrais.* Note de M. G. **André**, présentée par M. A. Gautier.

J'ai montré (*Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 856) que la trituration prolongée, au contact de l'eau distillée, d'un feldspath microcline avec divers sels employés comme engrais ou qui peuvent se trouver normalement dans le sol, était capable de libérer une certaine quantité de la potasse contenue dans le feldspath. Les dissolutions nutritives que renferme la terre arable tirent leur origine de cette double décomposition, laquelle est d'autant plus avancée que les éléments solides sont amenés à un plus grand état de finesse.

I. J'ai poursuivi cette étude sur la *glauconie* (silicate hydraté de fer et de potassium). Ce minéral possède, suivant ses origines, une composition assez variable. L'échantillon dont j'ai fait usage renfermait 7,08 pour 100 de potasse.

J'ai soumis, pendant 130 heures, dans le même appareil que celui que j'ai décrit dans ma précédente Note, un poids déterminé de glauconie à l'action de divers sels en présence de l'eau. Le minéral avait été, au préalable, passé au tamis n° 70. Dans le Tableau ci-dessous, je donne les résultats des dosages de la potasse qui s'est dissoute à la suite de ce broyage énergique. Le liquide a été séparé des corps solides en suspension par une filtration sur filtre de collodion.

Poids de glauconie employée :	Poids des substances salines ajoutées en présence d'eau :	K^2O solubilisée :	K^2O solubilisée pour 100 du poids de la glauconie.	K^2O solubilisée pour 100 de la potasse contenue dans la glauconie.
10^g	0	0^g,0230	0,23	3,24
10	$CO^3Ca = 1^g$	0,0402	0,40	5,67
10	$NaCl = 1$	0,0398	0,39	5,62
10	$NO^3Na = 1$	0,0508	0,50	7,17
10	$SO^4(NH^4)^2 = 1$	0,0706	0,70	9,97
10	$SO^4Ca = 1$	0,0394	0,39	5,56

La trituration de la glauconie au sein de l'eau, au contact des sels ci-dessus désignés, a donc mis en liberté des doses notables de potasse du même ordre de grandeur que celles que m'avait données le feldspath microcline. Le sel marin et surtout le nitrate de sodium ont eu, sur la solubilisation de la potasse, un effet plus énergique que sur le feldspath. Ce dernier, dans les mêmes conditions de temps et de quantité de matière, n'avait fourni, pour 100 de potasse contenue dans le minéral, respectivement que 3,25 et 3,21. L'action du carbonate de calcium sur la glauconie est plus marquée que sur le feldspath chez lequel la mise en liberté de la potasse, sous l'influence du même agent, n'atteignait que 2,38 pour 100 de l'alcali total. Il en est de même de l'action du sulfate de calcium. On remarquera que le déplacement maximum de la potasse a été obtenu au contact du sulfate d'ammonium, où il atteint près de 10 pour 100 de la potasse totale. Le sulfate d'ammonium avait d'ailleurs donné un résultat analogue avec le feldspath, mais le déplacement de la potasse était un peu moins élevé (7,38 pour 100). La solubilisation de la potasse de la glauconie, amenée à un très grand état de finesse par trituration, est donc susceptible de fournir des

chiffres plus élevés que ceux que le feldspath avait présentés, et le rôle d'engrais potassique que peut jouer ce minéral est loin d'être négligeable.

II. En vue de généraliser les résultats obtenus par cette méthode, je me suis adressé à un minéral très important, l'apatite. J'ai cherché quelle était la quantité d'acide phosphorique capable d'être solubilisée par voie de double décomposition lorsqu'on triture, dans les mêmes conditions que précédemment, de la poudre d'apatite avec certains sels solubles employés comme engrais. L'apatite passe pour représenter une forme de l'acide phosphorique fort peu assimilable par les végétaux, en raison de sa texture cristalline, de sa dureté et de sa très faible solubilité dans les conditions où elle se trouve dans le sol à la suite de la désagrégation des roches primitives.

Voici le résultat de quatre expériences dans lesquelles j'ai soumis chaque fois 10^g d'une apatite d'Ontario (contenant 39,33 P^2O^5 pour 100), préalablement pulvérisée, à un broyage énergique d'une durée de 134 heures, au contact de l'eau et de 1^g des substances suivantes : carbonate d'ammonium, nitrate de sodium, nitrate de potassium, carbonate de potassium. Ces substances ont été choisies parmi celles qui se rencontrent dans le sol : le carbonate d'ammonium provenant de la fermentation des matières azotées, le carbonate de potassium provenant de l'action concomitante du gaz carbonique et de l'eau sur les feldspaths, les nitrates de sodium et de potassium faisant partie des engrais que l'on distribue à la terre. Après le broyage, on a jeté le magma sur le filtre, on a lavé à l'eau distillée et, dans le liquide filtré, on a recherché l'acide phosphorique. Le résultat a été négatif dans le cas du carbonate d'ammonium, bien que, pendant le broyage, on ait eu soin d'en faire de nouvelles additions en raison de la volatilité du sel; il a été également négatif vis-à-vis des nitrates, alors que, d'après certains expérimentateurs, le phosphate tricalcique *précipité* serait légèrement soluble en présence de ces sels. Au contraire, le carbonate de potassium a déplacé une certaine quantité d'acide phosphorique; soit, pour 10^g d'apatite, $0^g,0139$ P^2O^5, ce qui correspond à 0.35 pour 100 de l'acide phosphorique contenu dans la matière initiale. Ainsi se trouve vérifié le rôle attribué, par beaucoup d'auteurs, au carbonate de potassium comme solubilisateur du phosphate tricalcique dans le sol. On a souvent regardé comme étant avantageuse l'addition, au fumier de ferme, d'une certaine quantité de phosphate tricalcique, en estimant que le carbonate d'ammonium, issu de la fermentation de ce fumier, serait apte à dissoudre quelque

peu ce phosphate. L'expérience que je viens de rapporter montre que cette solubilité est presque nulle : ce qui, d'ailleurs, est conforme aux observations de la pratique, laquelle ne tire, le plus souvent, aucun bénéfice de cette opération.

ÉCONOMIE RURALE. — *La culture de la betterave sucrière dans le sud-ouest de la France.* Note de M. H. **Bouygues**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Les essais de culture de la betterave à sucre, dont je donne plus loin les résultats, ont été décidés à la fin de 1913, c'est-à-dire un an avant la guerre, à la suite d'une série de considérations d'ordre agricole et industriel.

De toutes ces considérations, la localisation presque exclusive de la précieuse racine aux départements du nord de la France et la situation géographique de ceux-ci ont le plus contribué à me pousser dans cette voie.

Les circonstances actuelles ont montré que mes prévisions n'avaient rien d'exagéré et qu'en effet ce n'est pas sans danger qu'on peut laisser localisée dans une région de la France une culture industrielle de cette importance.

Comme le dit excellement M. Ribot [1] : « Ce qui est en cause dans la culture de la betterave sucrière, c'est un grand intérêt économique qui n'est pas restreint à quelques départements, mais qui est un intérêt français par l'étendue même des intérêts qu'il couvre. »

Il me parut donc intéressant d'entreprendre des recherches dans ce sens et, tout d'abord, je pensais à les effectuer dans la région du sud-ouest de la France.

Toutefois, comme je ne pouvais étendre ces essais à tous les départements de cette région à la fois et que certains déjà sont livrés partiellement à la culture de la betterave de distillerie, je limitais, en 1914, mes expériences à quatre départements : le Lot, le Lot-et-Garonne, la Gironde et la Dordogne, dans lesquels le tabac est cultivé.

En comparant, en effet, entre elles les natures minéralogiques des terres à betterave et à tabac, ainsi que leurs constitutions chimiques, je dus reconnaître que, là où le tabac était cultivé, la betterave devait pouvoir

---

(1) Voir L. Malpeaux, *La Betterave à sucre*, Hachette et Cie, p. 1.

l'être aussi : ces deux plantes demandant des terres profondes et fraîches sans être humides et s'accommodant surtout des sols argilo-siliceux ou argilo-calcaires avec humus abondant.

Je créai donc, dans chacun des départements précités, des champs d'expérience. Mais la mobilisation générale survenant, ceux-ci furent presque tous abandonnés à eux-mêmes, à l'exception de ceux que j'avais effectués dans une des régions fertiles des Causses du Quercy.

Les betteraves de ces champs reçurent au contraire, jusqu'au moment de l'arrachage, tous les soins culturaux nécessaires et ce sont elles qui ont donné en 1914 les résultats ci-après.

Durant l'année 1915, les essais ont été poursuivis dans ce même département, non plus dans le Causse, mais dans les terres d'alluvions de la vallée du Lot.

Je résume, dans le Tableau suivant, les résultats qui ont été obtenus pendant ces deux années d'essais :

Année des essais.	Variétés essayées.	Poids moyen de la récolte par hectare.	Pourcentage en sucre.
1914.	Sucrières :		
	Vilmorin	37500 kg	15,6
	Klein-Wanzleben	35000	17,1
	De distillerie :		
	Blanche à collet vert	36000	7,5
	» rose	37000	6,8
	» gris	36000	9,5
1915.	Sucrières :		
	Vilmorin	40000	17,6
	Klein-Wanzleben	40200	17,4
	De distillerie :		
	Blanche à collet vert	39200	14,2
	» rose	38500	12,8
	» gris	39200	11,5

Les observations et les faits de ce Tableau montrent, comme je l'avais prévu, que la culture de la betterave dans nos terres du Sud-Ouest promet d'être rémunératrice au moins pour les variétés sucrières. En effet :

1° Le poids moyen de la récolte par hectare, pour les variétés sucrières, dans le Lot est un peu supérieur à celui qu'on réalise d'habitude dans le nord de la France. M. Malpeaux (1) admet en effet que celui-ci est de 35000^{kg} environ.

(1) *Loc. cit.*, p. 85.

2° Le rendement moyen en sucre de ces mêmes variétés est, lui aussi, au moins égal au rendement minimum que fournissent les cultures du nord de la France, puisqu'il n'est pas inférieur à 15 pour 100.

Ces mêmes observations me permettent encore de dire :

1° Les terrains des régions fertiles du Causse ont sensiblement la même fertilité que les terrains d'alluvions de la vallée du Lot, du moins pour les betteraves à sucre. Au contraire, les betteraves de distillerie ont plus mal réussi dans le Causse que dans les alluvions où elles ont atteint un pourcentage en sucre aussi élevé que dans les départements du Nord. Toutefois l'écart entre les moyennes de chaque année est si grand qu'on ne peut se prononcer d'une façon ferme sans procéder à de nouveaux essais.

2° Les conditions climatologiques étant les mêmes pour les quatre départements précités, on peut affirmer, sans essais préalables, que les terres analogues à celles du Lot se prêteraient fort bien à la culture de la betterave. Tels sont les terrains qui s'étendent dans la Dordogne, depuis Les Eyzies jusqu'à Sarlat et de Sarlat jusqu'à Sainte-Foy-la-Grande. Telles sont encore les terres de Lot-et-Garonne comprises entre Fumel et Tonneins en passant par Villeneuve-sur-Lot et Saint-Livrade.

Durant 1916 d'autres essais seront poursuivis dans des terrains analogues et dans des terrains complètement différents des précédents.

MICROBIOLOGIE. — *Sur le traitement des plaies de guerre anciennes.* Note de M. M. **Bassuet**, présentée par M. E. Roux.

En une discussion récemment ouverte devant la Société de Chirurgie, la notion du microbisme latent, quelque peu oubliée durant de longues années, prenait un regain d'actualité. Tour à tour, à l'occasion d'une Note de M. Phocas sur ce sujet ([1]), les professeurs Delbet et Quénu, MM. Tuffier, Chaput, Moty et Schwartz ([2]) rapportaient des observations toutes à l'appui de l'existence et du réveil du microbe latent. C'est à l'acte chirurgical que chacun rapporte cette reviviscence de l'infection d'anciennes lésions, ou très améliorées ou guéries, et l'on est unanime à regarder comme fâcheuse, dans la plupart des cas, la réaction provoquée par l'intervention.

Notre but est de faire connaître, parallèlement aux faits précités, des

([1]) Phocas, *Le réveil de l'infection des plaies par l'acte chirurgical* (*Bulletin et Mémoires de la Société de Chirurgie*, t. 41, 1915, p. 1933).

([2]) Phocas, *Ibid.*, p. 1959-1970.

exemples de réveil du microbisme latent, rappel déterminé non point par un traumatisme opératoire, mais par une intervention sérothérapique appropriée, réveil, aussi, *entièrement favorable au blessé*, rapidement libéré, ensuite, d'une lésion ancienne non guérie.

Attaché en qualité de chirurgien au centre de fistuleux de Beaugency, nous avons eu l'occasion d'y traiter 421 anciens blessés ayant séjourné, sans y guérir, de 8 à 14 mois en divers hôpitaux ([1]). Tous ces blessés ont été traités par le sérum polyvalent contre les pyogènes préparé, à l'École d'Alfort, pour le Service de santé de l'armée, par les professeurs Leclainche et Vallée. Chez le plus grand nombre d'entre eux, le sérum a été utilisé en simples pansements locaux, tandis que chez certains autres nous avons eu recours, en outre, à des injections sous-cutanées ou intraveineuses du sérum.

Sous l'influence de ce traitement, chez 49 de nos blessés encore porteurs de lésions anciennes, nous avons vu survenir, à distance de la plaie traitée ou du point d'injection du sérum, mais toujours sur une cicatrice complète d'une autre blessure, un réveil de l'infection éteinte en apparence. Celui-ci se traduit, en tous les cas, par l'évolution rapide d'un abcès riche en pus qui s'ouvre spontanément sur l'ancienne cicatrice. Le plus souvent, 31 fois sur 49, des débris vestimentaires, des esquilles osseuses, des fragments de projectiles, et, dans un cas, un drain de 7^{cm} sont éliminés. La guérison locale survient hâtivement, coïncidant avec une amélioration rapide de l'état général le plus souvent fâcheux ou inquiétant jusque-là.

Un réveil violent du microbisme latent, entretenu par des corps étrangers ou quelque foyer infectieux profond, est donc provoqué par le traitement sérique, à la faveur sans doute de la reviviscence des réactions cellulaires sous la stimulation déterminée par les anticorps du sérum. Loin d'être fâcheux, ce réveil aboutit à la libération hâtive et complète de blessés jusqu'alors immobilisés depuis de longs mois ([2]).

C'est bien, semble-t-il, à une stimulation leucocytaire qu'il convient de

---

([1]) Chez le plus grand nombre de nos blessés, le contrôle bactériologique des plaies indique une prédominance marquée du streptocoque sur toutes les autres espèces microbiennes.

([2]) Encore que nous n'ayons jamais observé la moindre complication chez des blessés porteurs d'anciennes lésions viscérales guéries et qu'au contraire nous ayons obtenu dans un cas de fistule intrathoracique l'élimination au quatrième pansement de deux fragments de balle, nous considérons comme contre-indiqué l'usage *hypodermique* du sérum polyvalent chez des blessés présentant d'anciennes lésions viscérales closes.

rapporter l'éveil libérateur de ces foyers anciens et clos, si l'on en juge par les phénomènes observés au cours du traitement des fistules atones et persistantes. Dans le trajet de celles-ci l'introduction, après lavage à la solution de Ringer-Locke, d'une mèche de gaze simple, imprégnée de sérum polyvalent, détermine très vite l'apparition de manisfestations aiguës qui s'étendent ensuite au voisinage immédiat de la lésion. Dès les deux premiers pansements, la suppuration paraît s'accentuer; en fait la fistule élimine, non du pus septique, mais un abondant exsudat leucocytaire. Si le trajet aboutit à une lésion osseuse simple, sans esquilles ni corps étrangers, l'exsudation se ralentit bien vite; la fistule se rétrécit et guérit rapidement sans que, le plus souvent, un grattage ait été nécessaire [1]. Les réactions observées sont réduites à leur plus simple expression.

Tout au contraire, elles atteignent leur maximum d'intensité sur les fistules entretenues par des corps étrangers, tels que fragments osseux, débris de vêtements ou de projectiles. Aux manifestations indiquées plus haut s'ajoutent alors, dès les second ou troisième pansements, un agrandissement de l'ouverture fistulaire qui s'élargit progressivement tant que les corps étrangers auxquels aboutit le trajet demeurent en place. Les réactions cellulaires profondes sont d'ailleurs telles que la mobilisation de ceux-ci s'accomplit bientôt; certains viennent d'eux-mêmes avec la mèche du pansement, d'autres sont simplement extraits à la pince dès que leur mobilisation le permet [2]. Nous avons à ce jour extrait de la sorte, sans aucune autre intervention, 377 corps étrangers divers tels que : esquilles osseuses, débris de projectiles, drains, fils d'argent, etc. Les réactions enregistrées, qui revêtent dans les premiers jours les apparences d'un réveil de l'infection locale sont donc entièrement favorables en ce qu'elles réalisent à merveille la séparation spontanée, *la délimitation du mort du vif* sans acte chirurgical, suivie d'une cicatrisation hâtive du foyer primitif.

Non dommageables, les réactions obtenues sont la raison même du succès d'un procédé d'intervention qui, en 3 mois et demi, nous a permis d'évacuer, guéris, 282 vieux blessés sur 421 admis en ce délai dans notre service [3].

---

(1) Nous n'avons eu à pratiquer que 17 grattages sur 202 cas d'ostéites anciennes.

(2) Il y a intérêt à extraire ainsi les corps étrangers aussitôt leur mobilisation obtenue. On continue ensuite le pansement sérique.

(3) Il convient d'observer que dans cette statistique figurent les blessés arrivés jusqu'au dernier jour et qu'ainsi le pourcentage mensuel des évacuations est encore plus élevé qu'il ne paraît l'être.

Nous estimons donc que la sérothérapie spécifique représente un procédé de choix pour le traitement et l'évacuation rapide des blessés porteurs de fistules en apparence chronique, consécutives à des ostéites ou à des corps étrangers.

Avec le minimum d'interventions chirurgicales, on rend de la sorte, dans un très bref délai, soit à leur dépôt, soit à la vie civile, de nombreux sujets immobilisés depuis plusieurs mois.

ZOOLOGIE. — *Sur la morphologie et la phylogénie des* Acuariidæ (*Nématodes*). Note [1] de M. **L.-G. Seurat**, présentée par M. Edmond Perrier.

La morphologie de l'appareil génital femelle nous a déjà servi à établir les enchaînements des divers genres de la famille des *Spiruridæ*. La même méthode peut être appliquée à la famille des *Acuariidæ*, caractérisée par les deux lèvres latérales, les papilles œsophagiennes latérales insérées en arrière de l'anneau nerveux, et l'ovéjecteur cuticulaire tubuliforme.

1. L'*Acuaria anthuris* Rud. paraît très voisine de la souche primitive de la famille, du moins en ce qui concerne la morphologie de l'appareil génital femelle : la vulve, située au milieu du corps, donne accès dans un ovéjecteur cuticulaire rectiligne, très court, infundibuliforme, sans aucune différenciation en vestibule et sphincter, remarquable par l'importance de sa tunique musculaire externe ; la partie musculo-épithéliale de l'ovéjecteur (*trompe*) est caractérisée par son allongement démesuré : elle atteint $4^{mm},5$; cette trompe, recourbée en crosse, se divise en deux branches opposées, qui vont rejoindre les utérus ; ces derniers ont gardé, chez les *Acuaria*, la disposition divergente primitive.

Chez d'autres *Acuaria*, en particulier l'*Acuaria laticeps* Rud., l'ovéjecteur cuticulaire est différencié en un vestibule et un sphincter ; la région initiale de l'ovéjecteur est un court vestibule cyathiforme, remarquable par l'épaisseur de sa tunique musculaire et la ténuité de son revêtement cuticulaire interne. La région suivante, correspondant au sphincter, se distingue de la précédente par la diminution d'épaisseur de la tunique musculaire et l'importance plus grande du revêtement cuticulaire ; le sphincter est, en outre, caractérisé par l'existence de cellules musculaires longi-

---

[1] Séance du 3 janvier 1916.

tudinales ayant même longueur que lui; la trompe, très courte, se divise rapidement en deux branches opposées, lesquelles, après un trajet de 1^{mm}, rejoignent les utérus; ces derniers sont presque égaux, l'utérus antérieur mesurant $7^{mm},2$, l'utérus postérieur $8^{mm},7$ (femelle jeune de $11^{mm},2$ de longueur totale).

Le rameau des Dispharages ne paraît pas offrir une grande variation dans la morphologie de l'appareil femelle : les Dispharages les plus évolués sont ceux chez lesquels la vulve s'ouvre au voisinage immédiat de l'anus (*Acuaria alata* Rud. et *Acuaria invaginata* Linst.)

2. Le phylum le plus important de la famille des *Acuariidæ* est celui des Physaloptères, caractérisés par la collerette annulaire céphalique servant à la fixation de l'animal et la transformation de la région initiale de la trompe en un réservoir ovoïde où s'accumulent les œufs mûrs. Nous ne connaissons pas de Physaloptères à utérus opposés; toutefois, chez le *Physaloptera Galinieri* Seurat, la vulve est voisine du milieu du corps et la trompe se divise en deux branches diamétralement opposées, dont l'une gagne l'utérus postérieur, tandis que l'autre remonte vers la région œsophagienne où elle rejoint l'utérus antérieur; ce dernier à se dirige tout d'abord vers l'avant, mais ne tarde pas à se recourber et revenir vers l'arrière pour cheminer à côté de l'utérus postérieur.

Chez les Physaloptères la vulve, le plus souvent, s'ouvre bien en avant du milieu du corps, voire même dans la région œsophagienne; l'ovéjecteur est dirigé d'avant en arrière et les branches paires de la trompe descendent côte à côte vers les utérus.

On peut suivre le déplacement graduel de la vulve vers la région antérieure : chez le *P. subalata* Schneid. elle est encore peu éloignée du milieu du corps; chez le *P. Crosi* Seurat elle s'ouvre à quelque distance au delà de la terminaison de l'œsophage; chez le *P. alata* Rud. elle est située au cinquième antérieur de la longueur du corps; enfin, chez le *P. alata* var. *Nouveli* Seurat elle s'ouvre au neuvième antérieur de la longueur.

Ce déplacement de la vulve coïncide avec une transformation progressive de l'appareil denticulaire labial : chez le *P. Galinieri* les lèvres buccales portent sur leur face interne trois grandes dents dépassant leur bord libre et une petite dent externe, à peine visible; chez le *P. subalata* la dent externe devient plus apparente; chez le *P. Crosi* elle atteint presque la hauteur des dents internes; chez le *P. clausa* elle est légèrement plus grande que celles-ci; chez le *P. alata* elle est triangulaire, fortement chitinisée et beaucoup plus haute que les dents internes qu'elle masque complètement; enfin chez les *P. paradoxa* Linst. et *abbreviata* Rud. la dent externe est énorme et les dents internes sont à peine visibles.

Les tubes génitaux des Physaloptères présentent deux autres particularités : chez la plupart, la région distale des utérus, d'un calibre plus faible que le reste de l'organe, est différenciée en un réceptacle séminal qui passe graduellement à l'utérus ou bien est séparé par deux étranglements. Des formes très voisines (*P. abbreviata* Rud., *P. paradoxa* Linst.) peuvent présenter les deux dispositions.

Les tubes génitaux présentent chez quelques formes : *P. abbreviata* Rud., *P. paradoxa* Linst. (=*quadrovaria* Leiper), *P. tumefaciens* Henry et Blanc, une quadripartition qui a pour résultat l'augmentation du nombre des œufs.

La tendance de la vulve à s'avancer vers la région antérieure du corps mène, en s'accentuant, au groupe si important des Filaires. Le passage des *Acuariidæ* aux *Filariidæ* est établi par les *Acanthocheilonema* (*A. Weissi* Seurat), chez lesquels la vulve s'ouvre au vingt-quatrième antérieur de la longueur du corps; chez les vraies Filaires, elle est voisine de la bouche.

3. Un rameau spécial est constitué par la *Thubunæa pudica* Seurat, où les deux lèvres latérales portent sur leur face interne trois dents semblables à celles du *P. Galinieri;* la vulve s'ouvre au tiers antérieur de la longueur et les utérus courent parallèlement vers l'arrière; la trompe, d'un calibre uniforme, ne présente aucune dilatation servant à l'emmagasinement des œufs.

4. Nous rattachons aux *Acuariidæ* les Rictulaires, remarquables par leur extrémité antérieure relevée vers la face dorsale, leur bouche s'ouvrant dorsalement comme celle des Ankylostomes, leur cavité buccale armée de dents; mais ces ressemblances sont de simples convergences, dues à un même genre de vie. La vulve, chez les Rictulaires, s'ouvre dans la région antérieure du corps et les utérus courent parallèlement vers l'arrière.

On a vu les rapports des *Acuariidæ* et des *Filariidæ;* les formes primitives des *Acuariidæ* et des *Spiruridæ* (*Protospirurinæ*) sont très affines et ces derniers semblent issus de la souche des *Acuariidæ;* d'autre part, ceux-ci, par l'*Ophiostomum tacapense* Seurat, se relient aux *Heterakidæ*, en sorte que cette famille nous apparaît comme l'une des plus importantes du groupe des Nématodes.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 18 heures et quart.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 10 janvier 1916.)

Note de MM. *Lignier* et *Tison*, Les *Ephedra* possèdent un ovaire clos et un ovule inclus :

Page 79, 2e ligne du titre, *au lieu de* Toison, *lire* Tison.